

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 04.07.2025 11:50:03

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bfff679172803da5b7b5591c69e7

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано

деканом физико-математического факультета

«19» *март* 2025 г.

  
/Кулешова Ю.Д./

### Рабочая программа дисциплины

Практикум решения математических задач

#### Направление подготовки

44.03.01 Педагогическое образование

#### Профиль:

Математика

#### Квалификация

Бакалавр

#### Форма обучения

Заочная

Согласовано учебно-методической комиссией

физико-математического факультета

Протокол от «19» марта 2025 г. № 7

Председатель УМКом

  
/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей

алгебры, математического анализа и

геометрии

Протокол от «18» января 2025 г. № 5

Зав. кафедрой

  
/Кондратьева Г.В./

Москва

2025

Автор-составитель:

Оникийчук В.Н. - к.ф-м.н., старший преподаватель кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Маскалева О.С. – ассистент кафедры высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Рабочая программа дисциплины «Практикум решения математических задач» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом Минобрнауки России от 22 февраля 2018 г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Реализуется в формате электронного обучения с применением дистанционных образовательных технологий.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения .....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы .....	5
3. Объем и содержание дисциплины .....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся .....	7
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине .....	10
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины .....	25
7. Методические указания по освоению дисциплины .....	27
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине .....	27
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины .....	27

## 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

**Цель освоения дисциплины** «Практикум решения математических задач»

— создать математическую базу методической подготовки будущего учителя математики средней общеобразовательной школы;

— овладеть всеми основными понятиями и фактами дисциплины;

— получить представление о гносеологических корнях математических понятий школьного курса средней общеобразовательной школы;

**задачи:**

— осуществлять взаимосвязь методической подготовки студента - математика с тем, что необходимо ему знать, как будущему учителю математики средней школы;

— систематизировать и углублять знания студента в предметной области.

### 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Практикум решения математических задач» обучающиеся используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения таких предметов как «Элементарная математика», «Алгебра и теория чисел», «Математический анализ», «Геометрия» и др.

Изучение дисциплины «Практикум решения математических задач» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дискретная математика», «Арифметика действительных чисел».

## 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
Объем дисциплины в зачетных единицах	5
Объем дисциплины в часах	180(16) <sup>1</sup>
<b>Контактная работа:</b>	16,5
Лекции	2(2) <sup>2</sup>
Практические занятия	12(10) <sup>3</sup>
из них в форме практической подготовки	12
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2,5
Зачет	0,2
Экзамен	0,3
Предэкзаменационная консультация	2(2) <sup>4</sup>
Самостоятельная работа	146
Контроль	17,5

<sup>1</sup> Реализуется в формате электронного обучения с применением дистанционных образовательных технологий

<sup>2</sup> Реализуется в формате электронного обучения с применением дистанционных образовательных технологий

<sup>3</sup> Реализуется в формате электронного обучения с применением дистанционных образовательных технологий

<sup>4</sup> Реализуется в формате электронного обучения с применением дистанционных образовательных технологий

Формой промежуточной аттестации является зачет во 2 семестре и экзамен в 3 семестре.

### 3.2. Содержание дисциплины

#### Заочная форма обучения

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	из них в форме практической подготовки
<b>Семестр 1</b>			
<p><b>Тема 1. Тожественные преобразования</b>  Тожественные преобразования рациональных выражений. Разложение многочленов на множители. Сокращение дробей. Сумма и произведение рациональных выражений. Нахождение числовых значений рациональных выражений. Тожественные преобразования иррациональных выражений. Иррациональные выражения. Область определения. Применение свойств арифметических корней при преобразованиях иррациональных выражений. Выделение квадрата или куба под знаком радикала. Сложные радикалы. Тожественные преобразования показательных и логарифмических выражений. Свойства степеней. Свойства числовых логарифмов. Тожественные преобразования показательных и логарифмических выражений. Тожественные преобразования тригонометрических выражений. Тригонометрическая окружность. Понятие косинуса и синуса действительного числа. Группы тригонометрических формул. Тожественные преобразования тригонометрических выражений. Тожественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Числовые неравенства. Простейшие неравенства. Доказательство числовых неравенств. Сравнение значений числовых выражений. Средние величины. Классические неравенства.</p>	2	4	4
<p><b>Тема 2. Комбинаторные задачи. Метод математической индукции. Перестановки. Сочетания. Размещения</b>  Правило умножения и дерево вариантов. Перестановки. Выбор нескольких элементов. Сочетания. Размещения. Метод математической индукции в решении задач. Признаки применения метода математической индукции при решении задач и доказательстве теорем. Решение задач.</p>	-	2	2
<b>Итого за семестр 1</b>	<b>2</b>	<b>6</b>	<b>6</b>
<b>Семестр 2</b>			
<p><b>Тема 3. Геометрия. Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство</b>  Медиана прямоугольного треугольника. Удвоение медианы. Параллелограмм. Средняя линия треугольника. Трапеция. Приемы нахождения высоты и биссектрисы треугольника. Отношение</p>	-	2	

отрезков. Отношение площадей. Касательная к окружности. Касающиеся окружности. Пересекающиеся окружности. Окружности, связанные с треугольником и четырёхугольником. Пропорциональные отрезки в окружности. Углы, связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности. Вспомогательные подобные треугольники. Некоторые свойства высот и точки их пересечения. Метод площадей. Использование тригонометрии при решении задач на вычисление. Метод векторной алгебры. Использование координатного метода. Геометрические решения негеометрических задач. Решение иррациональных уравнений. Решение систем алгебраических уравнений.			2
<b>Итого за семестр 2</b>	-	2	2
<b>Семестр 3</b>			
<b>Тема 4. Задачи на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии. Комплексные числа</b> Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Показательная форма комплексного числа. Комплексные числа в элементарной геометрии. Основы метода комплексных чисел. Формулы длины отрезка и скалярного произведения векторов. Параллельность, коллинеарность, перпендикулярность. Комплексные координаты некоторых точек. Подобные и равные треугольники. Решение задач с помощью комплексных чисел. Комплексные числа в элементарной алгебре. Использование тригонометрической формы комплексных чисел для решения уравнений.	-	2	2
<b>Тема 5. Избранные нестандартные задачи школьного курса математики и методы их решения. Неравенства</b> Доказательство неравенств методом математической индукции. Неравенства, связанные с тригонометрическими функциями. Неравенства в планиметрии и стереометрии. Функции Антье и их приложения. Задачи на максимум и минимум. Решение задач с параметром. Число корней квадратного многочлена в решении задач с параметром. Свойства корней квадратного многочлена в решении задач с параметром. Взаимное расположение корней квадратного многочлена и задачи с параметром.	-	2	2
<b>Итого за семестр 3</b>	-	4	4
<b>Итого</b>	2 <sup>2</sup>	12 <sup>2</sup>	12

### Практическая подготовка

Тема	Задание на практическую подготовку	Количество часов
<b>Тема 1. Тождественные преобразования</b> Тождественные преобразования рациональных выражений. Разложение многочленов на множители. Сокращение дробей. Сумма и произведение рациональных выражений. Нахождение числовых значений рациональных выражений. Тождественные преобразования иррациональных выражений. Иррациональные выражения. Область определения. Применение свойств	Разработать систему задач по теме: «Тождественные преобразования»	4

<p>арифметических корней при преобразованиях иррациональных выражений. Выделение квадрата или куба под знаком радикала. Сложные радикалы. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений. Свойства степеней. Свойства числовых логарифмов. Тождественные преобразования показательных и логарифмических выражений. Тождественные преобразования тригонометрических выражений.</p> <p>Тригонометрическая окружность. Понятие косинуса и синуса действительного числа. Группы тригонометрических формул. Тождественные преобразования тригонометрических выражений. Тождественные преобразования выражений, содержащих обратные тригонометрические функции. Числовые неравенства.</p> <p>Простейшие неравенства. Доказательство числовых неравенств. Сравнение значений числовых выражений. Средние величины. Классические неравенства.</p>		
<p><b>Тема 2. Комбинаторные задачи. Метод математической индукции. Перестановки. Сочетания. Размещения</b></p> <p>Правило умножения и дерево вариантов. Перестановки. Выбор нескольких элементов. Сочетания. Размещения. Метод математической индукции в решении задач. Признаки применения метода математической индукции при решении задач и доказательстве теорем. Решение задач.</p>	<p>Разработать конспект занятия на тему: «Комбинаторные задачи. Метод математической индукции. Перестановки. Сочетания. Размещения»</p>	<p>2</p>
<p><b>Тема 3. Геометрия. Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство</b></p> <p>Медиана прямоугольного треугольника. Удвоение медианы. Параллелограмм. Средняя линия треугольника. Трапеция. Приемы нахождения высоты и биссектрисы треугольника. Отношение отрезков. Отношение площадей. Касательная к окружности. Касающиеся окружности. Пересекающиеся окружности. Окружности, связанные с треугольником и четырёхугольником. Пропорциональные отрезки в окружности. Углы, связанные с окружностью. Метод вспомогательной окружности. Вспомогательные подобные треугольники. Некоторые свойства высот и точки их пересечения. Метод площадей. Использование тригонометрии при решении задач на вычисление. Метод векторной алгебры. Использование координатного метода. Геометрические решения негеометрических задач. Решение иррациональных уравнений. Решение систем алгебраических уравнений.</p>	<p>Разработать методические рекомендации по теме: «Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство»</p>	<p>2</p>
<p><b>Тема 4. Задачи на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии. Комплексные числа</b></p> <p>Операции над комплексными числами. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. Показательная форма комплексного числа. Комплексные числа в элементарной геометрии. Основы метода комплексных чисел. Формулы длины отрезка и скалярного произведения векторов. Параллельность, коллинеарность, перпендикулярность. Комплексные координаты</p>	<p>Разработать два комплекта задач по теме: «Задачи на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии»</p>	<p>2</p>

некоторых точек. Подобные и равные треугольники. Решение задач с помощью комплексных чисел. Комплексные числа в элементарной алгебре. Использование тригонометрической формы комплексных чисел для решения уравнений.		
<b>Тема 5. Избранные нестандартные задачи школьного курса математики и методы их решения. Неравенства</b> Доказательство неравенств методом математической индукции. Неравенства, связанные с тригонометрическими функциями. Неравенства в планиметрии и стереометрии. Функции Антье и их приложения. Задачи на максимум и минимум. Решение задач с параметром. Число корней квадратного многочлена в решении задач с параметром. Свойства корней квадратного многочлена в решении задач с параметром. Взаимное расположение корней квадратного многочлена и задачи с параметром.	Разработать конспект занятия на тему: «Избранные нестандартные задачи школьного курса математики и методы их решения. Неравенства»	2

#### 4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Доказательство тождеств и неравенств на множестве	1. Действительные числа и действия над ними 2. Доказательство тригонометрических тождеств. 3. Доказательство неравенств 4. Доказательство показательных и логарифмических тождеств	18	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа Решение задач
Решение геометрических задач на плоскости	1. Взаимное расположение линейных фигур: взаимное расположение различных точек на прямой, взаимное расположение точки и отрезка, лежащих на одной прямой, взаимное расположение прямой и точки вне прямой, взаимное расположение прямой и двух точек вне ее, взаимное расположение точки и двух взаимно параллельных прямых. 2. Взаимное расположение прямолинейных фигур: взаимное расположение треугольников, взаимное расположение многоугольников. 3. Взаимное расположение окружностей. : взаимное расположение	90	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа Решение задач

	<p>центров окружностей относительно общей касательной,  расположение центров окружностей относительно их общей точки касания,  расположение центров окружностей относительно общей хорды,  расположение центров окружностей относительно хорды большей окружности  расположение точек касания окружности и прямой  4. Геометрические задачи с параметрами  5. Отношение отрезков. Отношение площадей. Метод площадей.  6. Использование тригонометрии при решении задач на вычисление. Метод векторной алгебры.  Использование координатного метода. Геометрические решения негеометрических задач.</p>				
Комплексные числа в решении задач элементарной математики	<p>1. Основные теоремы элементарной математики и комплексные числа  2. Решение геометрических задач с применением комплексного числа</p>	18	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа Решение задач
Решение уравнений и неравенств, содержащих параметр	<p>1. Решение иррациональных, показательных, тригонометрических уравнений с параметром, сводящихся к квадратным.  2. Решение иррациональных, показательных, тригонометрических неравенств с параметром, сводящихся к квадратным.</p>	20	Работа с литературой и сетью Интернет.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа Решение задач
Итого		146			

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ПК-1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

## 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ПК – 1.	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;</li> <li>– программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>– решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного)</li> </ul>	Расчетная работа Решение задач	Шкала оценивания расчетных работ Шкала оценивания решения задач

			общего образования, задачи математических олимпиад школьников.		
--	--	--	--	--	--

	Продвинутый	<p>1. Работа на учебных занятиях.</p> <p>2. Самостоятельная работа.</p>	<p><i>Знает:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– преподаваемый предмет в пределах требований Федеральных государственных образовательных стандартов основного и среднего (полного) общего образования и основной общеобразовательной программы;</li> <li>– программы и учебники по преподаваемому предмету; о широком спектре приложений математики и доступных обучающимся математических элементов этих приложений.</li> </ul> <p><i>Умеет:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– строить логические рассуждения (например, решение задачи) в математических и иных контекстах, понимать рассуждение обучающихся;</li> <li>– решать задачи элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– объяснять решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников;</li> <li>– организовывать решение задач элементарной математики соответствующей ступени основного и среднего (полного) общего образования, задачи математических олимпиад школьников.</li> </ul> <p><i>Владеет (навыками и/или опытом деятельности):</i></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– навыком локального упорядочения математического материала для различных образовательных целей;</li> <li>– различными подходами к решению задач школьного курса математики, задач</li> </ul>	<p>Расчетная работа</p> <p>Решение задач</p> <p>Практическая подготовка</p>	<p>Шкала оценивания расчетов работ</p> <p>Шкала оценивания решения задач</p> <p>Шкала оценивания практической подготовки</p>
--	-------------	---	---	---	--

			математических олимпиад школьников.		
--	--	--	-------------------------------------	--	--

#### Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	<b>5</b>
средняя активность на практической подготовке	<b>2</b>
низкая активность на практической подготовке	<b>0</b>

#### Шкала оценивания расчетной работы

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	0,25
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	0,25
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	0,25
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и графики	0,25

По результатам оценивания обучающийся может получить до 1 балла;

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета с оценкой, составляет до 50 баллов.

Зачетная работа состоит из 2 теоретических вопросов (по 25 баллов каждый).

### Шкала оценивания решения задач

Критерий оценивания	Баллы
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	10 баллов
Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты	9-6 баллов
Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты	4 балла
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	3-2 балла
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

### 5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Задания для практической подготовки

1. Разработать систему задач по теме: «Тождественные преобразования»
2. Разработать конспект занятия на тему: «Комбинаторные задачи. Метод математической индукции. Перестановки. Сочетания. Размещения»
3. Разработать методические рекомендации по теме: «Основные методы решения геометрических задач на вычисление и доказательство»
4. Разработать два комплекта задач по теме: «Задачи на использование комплексных чисел в алгебре, геометрии»
5. Разработать конспект занятия на тему: «Избранные нестандартные задачи школьного курса математики и методы их решения. Неравенства»

#### Примерные вопросы к зачету (проводится в устной форме) во 2 семестре.

1. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
2. Докажите свойства арифметических корней.
3. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
4. Докажите свойства степеней действительного числа.
5. Докажите свойства числовых логарифмов.
6. Вывод тригонометрических формул основных групп.
7. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
8. Средние величины. Классические неравенства.
9. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
10. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
11. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.

12. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
13. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
14. Докажите свойства арифметических корней.
15. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
16. Докажите свойства степеней действительного числа.
17. Докажите свойства числовых логарифмов.
18. Вывод тригонометрических формул основных групп.
19. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
20. Средние величины. Классические неравенства.

**Примерные вопросы к экзамену (проводится в устной форме) в 3 семестре.**

1. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
2. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
3. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
4. Показательная форма комплексного числа.
5. Основы метода комплексных чисел.
6. Метод математической индукции в решении задач.
7. Функции Антье. Примеры решения задач.
8. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.
9. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
10. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
11. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
12. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
13. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
14. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
15. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
16. Показательная форма комплексного числа.
17. Основы метода комплексных чисел.
18. Метод математической индукции в решении задач.
19. Функции Антье. Примеры решения задач.
20. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.

**Примерные задачи**

№	Задание
1.	Вычислите $x$

	$\frac{0,1(6) + 0, (3)}{0, (3) + 1,1(6)} \cdot x = 10.$
2.	Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{2}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{3}{2}} + 2^{\frac{4}{3}}\sqrt{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}}: \left(1 - 2^{\frac{3}{2}}\sqrt{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}.$
3.	Сколько целых значений $n$ , при которых числа $m = \frac{2n-4}{n+5}$ будут натуральными?
4.	Цену товара снизили на 6%, затем новую цену снизили еще на 10% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на четверть. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
5.	Найдите $\log_3 5$ , если $\log_6 2 = a$ , $\log_6 5 = b$ .
6.	Вычислите сумму $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$ .
7.	Упростить выражение $a^{\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}}$
8.	Вычислите $\left[ a^{-\frac{3}{2}} b (ab^{-2})^{-\frac{1}{2}} (a^{-1})^{-\frac{2}{3}} \right]^3$ при $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$ , $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$ .
9.	Вычислите $\sqrt[6]{(5 - \sqrt{30})^6} - \sqrt{30}$ .
10.	Упростите выражение $\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$
11.	Вычислите $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$
12.	Сумма корней уравнения $2\sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 9} = 1$ равна
13.	Сумма наименьшего и наибольшего корней уравнения $\sqrt{2x + 2} - \sqrt{2x + 1} - 3\sqrt{2x + 10} - 6\sqrt{2x + 1} = 2\sqrt{2x + 1} - 8$
14.	Чему равна сумма корней уравнения $\sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4$
15.	При каких значениях $a$ и $b$ многочлен $x^4 - 3x^3 + ax + b$ делится на $x^2 + 3x + 4$ ?
16.	Произведение корней уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ равно?
17.	Решением неравенства $x^4 - 2x^2 - 63 \leq 0$ является промежуток?
18.	При каком значении параметра $a$ уравнение $(a-1)x^2 + 2(a+1)x + a + 4 = 0$ имеет единственный или кратный корень?
19.	Уравнение $2x^2 + mx^2 + nx + 12 = 0$ имеет корни $x_1 = 1$ , $x_2 = -2$ . Третий корень уравнения равен
20.	При каком значении параметра $a$ вершина параболы $y = (x - 3a)^2 - a^2 + 6a + 16$ лежит на отрицательной полуоси абсцисс?
21.	Произведение корней уравнения $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 3$ равно?
22.	В арифметической прогрессии 20 членов. Сумма членов, стоящих на четных местах, равна 250, а сумма членов, стоящих на нечетных местах, равна 220. Найдите два средних члена прогрессии
23.	Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов ее членов равна 448. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
24.	Сплав из серебра и меди имеет массу 2 кг, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди. Сколько серебра в данном сплаве?
25.	Мотоциклист остановился для заправки горючим на 12 минут. После этого, увеличив скорость движения на 15 километров в час, он наверстал потерянное время на расстоянии 60 километров. С какой скоростью он двигался после остановки?

**Примеры заданий расчетных работ  
Тождественные преобразования**

<p>Упростите выражения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{ x-1 + x +x}{3x^2-4x+1}</math></li> <li><math>\frac{\sqrt[3]{2a+2\sqrt{a^2-1}}}{(\frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}}+\frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}}+2)^{\frac{1}{3}}}</math></li> <li><math>\frac{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)((ax+by)^2-4abxy)}{ab(x^2+y^2)+xy(a^2+b^2)}</math></li> <li><math>(\frac{x^2+x-2\sqrt{x}+6}{x+2\sqrt{x}+3} - 1)^{\frac{1}{2}}</math></li> <li><math>\frac{\cos^2(2\alpha-90^\circ)+\operatorname{ctg}^2(90^\circ+2\alpha)+1}{\sin^2(2\alpha-270^\circ)+\operatorname{tg}^2(270^\circ+2\alpha)+1}</math></li> <li><math>\sin^2\left(\frac{9\pi}{8} + \alpha\right) - \sin^2\left(\frac{17\pi}{8} - \alpha\right)</math></li> <li><math>\frac{\operatorname{tg}2\alpha}{\operatorname{tg}4\alpha - \operatorname{tg}2\alpha}</math></li> <li><math>\sqrt{(1 - \operatorname{tg}^2 2\alpha)(\operatorname{ctg}^2 2\alpha - 1)}</math></li> <li><math>\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2\sqrt[3]{ab+4b^2}} : \left(1 - 2\sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}</math></li> <li><math>\frac{a^{-2}+b^{-2}}{a^{-1}+b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2+b^2}{ab}\right)^{-1}</math></li> </ol>	<ol style="list-style-type: none"> <li><math>\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2}</math></li> <li><math>\frac{\sin 20^\circ \sin 40^\circ \sin 60^\circ \sin 80^\circ}{\sin 10^\circ \sin 30^\circ \sin 50^\circ \sin 70^\circ}</math></li> <li><math>\sin^3 2\alpha \cos 6\alpha + \cos^3 2\alpha \sin 6\alpha</math></li> </ol> <p>Решите уравнения:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>2\log_2^2 x = \log_3 x * \log_3 (\sqrt{(2x+1)} - 1)</math></li> <li><math>\left(1 + \log_x \frac{4-x}{10}\right) * \lg x = \lg \lg 10^3 - 1</math></li> <li><math>(x^2 - 1 - x)^{x^2-1} = 1</math></li> <li><math> x - 3 ^{x^2-1} = (x - 3)^2</math></li> </ol> <p>Решите неравенства:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li><math>\frac{x^2- x -12}{x-3} \geq 2x</math></li> <li><math> x^3 - 1  &gt; 1 - x</math></li> <li><math>\log_{\frac{1}{2}} \frac{ x^2-2x +4}{ x+2 +x^2} \leq 0</math></li> </ol>
--	---

**Примеры заданий расчетных работ**

**Комбинаторные задачи. Метод математической индукции.**

1. Доказать, что при любом натуральном n число  $a_n$  делится на b.

$$a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7n, b = 6$$

2. Доказать равенство

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{2}$$

3. Доказать методом математической индукции:

$$p + (p+1) + (p+2) + \dots + (p+n) = \frac{(2p+n)(n+1)}{2}$$

- Команда некоторой ЭВМ записывается в виде набора из восьми цифровых знаков – нулей и единиц. Каково максимальное количество различных команд?
- В разложении  $(1+x)^n$  четвертый член равен 0,96. Найти значения x и n, если сумма биномиальных коэффициентов равна 1024.
- При каких значениях x и y возможно равенство:  $C_y^x : C_{y+2}^x : A_y^x = 1 : 3 : 24$ .
- Докажите тождества:  $C_n^k C_{n-k}^{m-k} = C_m^k C_m^n$
- Сумма биномиальных коэффициентов разложения  $(2nx + \frac{1}{2nx^2})^{3n}$  равна 64. Определить слагаемое, не содержащее x.
- При каких значениях x четвертое слагаемое разложения  $(5+2x)^{16}$  больше двух соседних с ним слагаемых?

10. Сколько различных звукосочетаний можно взять на десяти выбранных клавишах рояля, если каждое звукосочетание может содержать от трех до десяти звуков?
11. В вазе стоят 10 красных и 5 розовых гвоздик. Сколькими способами можно выбрать из вазы 5 гвоздик одного цвета?
12. Сколько различных светящихся колец можно сделать, расположив по окружности 10 разноцветных лампочек (кольца считаются одинаковыми при одинаковом порядке следования цветов)?
13. На книжной полке помещается 30 томов. Сколькими способами их можно расставить, чтобы при этом первый и второй тома не стояли рядом.
14. В фортепьянном кружке занимаются 10 человек, в кружке художественного слова – 15, в вокальном кружке – 12, в фотокружке – 20 человек. Сколькими способами можно составить бригаду из четырех чтецов, трех пианистов, пяти певцов и одного фотографа.
15. Восемь авторов должны написать книгу из шестнадцати глав. Сколькими способами возможно распределение материала между авторами, если 2 человека напишут по три главы, четыре – по две, а два – по одной главе книги?
16. Доказать, что  $\frac{C_n^1 + 2C_n^2 + 3C_n^3 + \dots + nC_n^n}{n} = 2^{n-1}$
17. Автомобильная мастерская имеет для окраски 10 основных цветов. Сколькими способами можно окрасить автомобиль, если смешивать от 3 до 7 основных цветов?
18. Двенадцати ученикам выданы два варианта контрольной работы. Сколькими способами можно посадить учеников в два ряда по 6 человек, чтобы у сидящих рядом не было одинаковых вариантов, а у сидящих друг за другом был один и тот же вариант?
19. Сколько существует вариантов расположения шести гостей за круглым шестиместным столом?

#### **5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

##### **Во 2 семестре.**

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль, – 80 баллов.

За выполнение расчетной работы обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

За выполнение зачетного задания обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

#### ***Шкала оценивания зачета***

<b>Критерии оценивания</b>	<b>Баллы</b>
Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач	15-20

Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	10-14
Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	1-9
Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).	0

#### **Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины**

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

<b>Оценка по 100-балльной системе</b>	<b>Оценка по традиционной системе</b>
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено

#### **В 3 семестре.**

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль, – 70 баллов.

За выполнение расчетной работы обучающийся может набрать максимально 40 баллов.

За выполнение зачетного задания обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На экзамен с оценкой выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

#### **Шкала оценивания ответов студентов на экзамене**

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

### Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по столбальной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Основная литература

Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч. : учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 326 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06894-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL:

Часть 1: <https://urait.ru/bcode/512666> (дата обращения: 20.01.2025).

Часть 2 : <https://urait.ru/bcode/512667> (дата обращения: 20.01.2025).

### 6.2. Дополнительная литература

1. Александров А.Д. Геометрия: учеб.пособие для вузов / А. Д. Александров, Н. Ю. Нецветаев. - М. : Наука, 1990. - 672с. – Текст: непосредственный.
2. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 424с. – Текст: непосредственный.
3. Атанасян, Л.С. Геометрия: учеб.пособие для вузов в 2-х ч. ч.1 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 400с. – Текст: непосредственный.
4. Бахвалов С.В. Основания геометрии: аксиомат.изложение геометрии Евклида : учеб.пособие для вузов / С. В. Бахвалов, В. П. Иваницкая. - М. :Высш.шк., 1972. - 280с. – Текст: непосредственный.
5. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: учеб.пособие для вузов. - 11-е изд. - М. : Юрайт, 2012. - 495с. – Текст: непосредственный.
6. Егерев В.К. Методика построения графиков функций [Электронный ресурс] /В.К. Егерев, Б.А. Радунский, Д.А.Тальский. - М.: Высш.шк., 1970. – 152 с.- Режим доступа: <http://www.alleng.ru/d/math/math280.htm>
7. Завало С.Т. Элементарная алгебра [Текст]: учеб. пособие для вузов. - М.: Просвещение,1964.- 302с.
8. Задачи по математике: Уравнения и неравенства. Справочное пособие / Вавилов В.В.,ред. - М. : Наука, 1987. - 240с. – Текст: непосредственный.
9. Киселев А.П. Геометрия: учебник : планиметрия; стереометрия / А. П. Киселев. - М. : Физматлит, 2004. - 328с. – Текст: непосредственный.
10. Киселев А.П. Алгебра[Текст]. - М.: Физматлит, 2010. -248с..
11. Клейн Ф. Элементарная математика: с точки зрения высшей : лекции. т.1. арифметика,

- алгебра, анализ / Ф. Клейн. - 4-е изд. - М. : Наука, 1987. - 432с. – Текст: непосредственный.
12. Клейн, Ф. Элементарная математика: с точки зрения высшей : лекции. ч.2. геометрия / Ф. Клейн. - 2-е изд. - М. : Наука, 1987. - 416с. – Текст: непосредственный.
  13. Новоселов, С.И. Специальный курс элементарной алгебры [Текст]. 6-е изд. - М.: Высшая школа, 1962.-564с.
  14. Потапов М.К. Алгебра, тригонометрия и элементарные функции [Электронный ресурс]: учеб.пособие для вузов / М. К. Потапов, В. В. Александров, П. И. Пасиченко. - М. :Илекса, 2015. - 680с. – Режим доступа: <http://edu-lib.net/matematika-2/dlya-studentov/potapov-m-k-algebra-trigonometriya-i-e>
  15. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие / П. И. Совертков. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 404 с. — ISBN 978-5-8114-4132-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/206390> (дата обращения: 06.06.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
  16. Федяев О.И. Элементарная геометрия [Текст]: учеб.пособие для вузов. -М.: МГОУ,2010.-112с.
  17. Шахмейстер А.Х. Построение графиков функций элементарными способами [Текст] -3-е изд. -М.: Виктория Плюс,2011.-184с.
  18. Шклярский Д.О. Геометрия: планиметрия : избр.задания и теоремы элем.матем. / Д. О. Шклярский, Н. Н. Ченцов, И. М. Яглом. - М. :Физматлит, 2000. - 336с. – Текст: непосредственный.
  19. Шклярский, Д. О. Избранные задачи и теоремы элементарной математики. Геометрия (стереометрия): Учебное пособие / Шклярский Д.О., Ченцов Н.Н., Яглом И.М., - 3-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2015. - 256 с.: ISBN 978-5-9221-1623-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/854396> (дата обращения: 20.01.2025). – Режим доступа: по подписке.

### **6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»**

1. Образовательный студенческий портал [Электронный ресурс]. -<http://area7.ru/>
2. Место знаний в сети [Электронный ресурс]. -[www.v10k.ru](http://www.v10k.ru)
3. Электронные книги [Электронный ресурс]. -[https://eknigi.org/estestvennye\\_nauki/148213-kurs-yelementarnoj-geometrii.html](https://eknigi.org/estestvennye_nauki/148213-kurs-yelementarnoj-geometrii.html)

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.
2. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы по дисциплинам.

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **Лицензионное программное обеспечение:**

Microsoft Windows  
Microsoft Office  
Kaspersky Endpoint Security

### **Информационные справочные системы:**

Система ГАРАНТ  
Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных  
[fgosvo.ru](http://fgosvo.ru) – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

[pravo.gov.ru](http://pravo.gov.ru) - [Официальный интернет-портал правовой информации](http://pravo.gov.ru)

[www.edu.ru](http://www.edu.ru) – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключением к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.