

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталья Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 04.06.2021 14:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «10» июня 2021 г. № 11
Зав. кафедрой _____ *Н.Н. Барабанова* / Барабанова Н.Н./

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине
ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

Направление подготовки
03.03.02 Физика

Мытищи
2021

Авторы-составители:
Забелина Светлана Борисовна,
кандидат педагогических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Фонд оценочных средств дисциплины «Линейная алгебра » составлен в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 07.08.2020 г. № 891.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2021

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «линейная алгебра» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции. (Из РПД)

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
К-2	ДП Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: основные понятия матричного исчисления, операций над векторами и другие основные понятия алгебры и геометрии. Уметь: при самостоятельной работе формализовать решения прикладных задач, применяя методы, алгебры и геометрии.	Решение задач, домашняя работа, работа на лекциях и практических занятиях, конспект, зачет с оценкой экзамен	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знает: основную часть базовых естественнонаучных знаний, включая знания о предмете и объектах изучения, методах исследования, современных концепциях, достижениях и ограничениях естественных наук (прежде всего химии, биологии, наук о земле и человеке); Умеет: • посредственно излагать полученные базовые знания; • решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; • применять информационно-	Решение задач, домашняя работа, работа на лекциях и практических занятиях, конспект, зачет с оценкой экзамен	61-100

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
			коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. <i>Владеет:</i> • способностью к логическому рассуждению; • моделированием для построения некоторых объектов и процессов, для определения или предсказания их свойств; • владеет основными методами решения задач, сформулированным и в рамках предметной области.		

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

. Примеры аудиторных и домашних заданий для текущего контроля.

Задания:

1. Найти возможную сумму матриц

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 2 & 1 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

2. Найти возможные произведения матриц

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & 5 \end{pmatrix}, G = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, если это возможно.

4. Показать, что $(A \bullet B)^T = B^T \bullet A^T$ для $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Решить уравнение $A \bullet X = B$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$; $B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $A^{-1} = \begin{pmatrix} -0,4 & 0,3 \\ 0,2 & 0,1 \end{pmatrix}$.
Сделать проверку.

6. Вычислить определители:

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix} \quad \text{в) } \begin{vmatrix} 5 & 0 & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & 0 & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix}$$

7. Решите уравнение. Выберите верный ответ.

$$\begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ x & -2 & -3 \\ 0 & 2 & 2x \end{vmatrix} = 10.$$

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1). $\{-4; 2\}$. 2). $\{-5; 3\}$. 3). $\{-2; 0\}$.

8. Найти коэффициент при x в разложении определителей

$$\text{а) } \begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix} \quad \text{б) } \begin{vmatrix} 2 & 3 & -1 & x & 3 \\ 3 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & x & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

9. При помощи алгебраических дополнений найдите обратную матрицу для

$$\text{матрицы } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Выберите верный ответ. ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ:

$$1). \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}. \quad 2) \frac{1}{4} \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}. \quad 3) \frac{1}{3} \begin{pmatrix} -5 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

10. Для данных матриц найти обратные матрицы. Сделать проверку.

$$a) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -4 & 0 & -5 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad б) \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

11. Решить систему линейных уравнений

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 &= 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 &= 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 &= -5. \end{aligned}$$

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2, x_3 = c_3, x_4 = c_4$ – решение системы, то сумма $c_1 + c_2 + c_3 + c_4$ равна: ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -2; 4) -1.

12. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} 3x - 2y = 5, \\ 2x + 5y = -3. \end{cases}$ методом Крамера:

Если $x_1 = c_1, x_2 = c_2$, – решение системы, то сумма $c_1 + c_2$ равна:

ВАРИАНТЫ ОТВЕТОВ: 1) 0; 2) 1; 3) -1; 4) 2.

13. Решить системы линейных уравнений при помощи обратных матрица (матричный способ решения уравнений):

$$\begin{aligned} 3x_1 - x_2 + 7x_3 &= 10, \\ -2x_1 - 5x_3 &= -7, \\ x_1 + x_3 + 2x_4 &= -1. \end{aligned} \text{ Сделать проверку.}$$

14. Решить матричное уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.
Сделать проверку.

15. Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 4 & -3 & 3 \\ 4 & 2 & 8 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
Сделать проверку.

5.3.2. Примеры заданий для контроля (контрольные работы).

1 курс, 2 семестр.

ТЕМЫ 1-3.

Задания:

1. Вычислить $(A \cdot C + 3B)^T$ для $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & -8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 & 5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$.

2. Найти коэффициент при x в разложении определителей

$$\begin{vmatrix} 7 & 3 & -1 & x & 3 \\ 6 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 5 & x & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}.$$

3. Решить методом Гаусса системы линейных уравнений:

$$x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + x_5 = 5,$$

$$3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 5,$$

$$x_1 + x_2 + 7x_3 - 4x_4 + x_5 = 15,$$

$$2x_1 + 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 + 3x_5 = 6. \text{ Сделать проверку.}$$

4. Решить систему линейных уравнений двумя способами(метод Крамера и матричный способ решения уравнений):

$$-3x_1 - x + 7x_3 = 1,$$

$$x_1 - 5x_3 = -7,$$

$$x_1 + x_3 + 2x_3 = -1. \text{ Сделать проверку.}$$

Контрольная работа № 1. Линейная алгебра.

Образец

1. Найти матрицу X , если $3A - 2X = B$, где $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -2 \\ 6 & 4 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 8 \\ 4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$.

2. Найти произведение матриц AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$.

3. Найти матрицу, обратную матрице A , если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Решить уравнение $\begin{vmatrix} 4 & -2 \\ x & 8 \end{vmatrix} = 0$.

5. Найти x , решив систему уравнений
$$\begin{cases} 5x + 8y - z = 7, \\ 2x - 3y + 2z = -1, \\ x + 2y + 3z = 5. \end{cases}$$

Контрольная работа № 2. Векторная алгебра.

Образец

1. Найти площадь треугольника с вершинами в точках $A(-7;-6;-1)$, $B(-6;4;-2)$, $C(0;0;-1)$.
2. Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, заданных точками $A(-7;-6;-1)$, $B(-6;4;-2)$, $C(0;0;1)$.
3. Вычислить объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(1;5;3)$, $B(1;2;2)$, $C(2;4;2)$, $D(0;-5;0)$.
4. Найти координаты точки пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(-1;1;0)$, $B(1;3;-1)$, $C(2;-1;0)$.
5. Найти координаты точки пересечения плоскости XOY с прямой, проходящей через точки $A(-1;1;0)$, $B(1;3;-1)$.
6. $|\vec{a}| = 6$, $|\vec{b}| = 9$, угол между векторами равен $\pi/3$. Найти скалярное произведение $(\vec{a} - 3\vec{b}) \cdot (3\vec{a} + 2\vec{b})$.
7. Сила $\vec{F} = \{9; 3; 4\}$ приложена к точке $A(3; 8; 8)$. Найти модуль момента этой силы относительно точки $B(4; 5; 5)$.

Домашняя контрольная работа «Линейная алгебра»

Образец

1. Решить систему уравнений методом Крамера и с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x + 2y + z = 5, \\ 2x - y + 3z = 0, \\ y + 4z = 2. \end{cases}$$

2. Пользуясь методом Жордана-Гаусса решить систему уравнений.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 3, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 2. \end{cases}$$

3. Найти координаты вершин треугольника если даны координаты одной его вершины $A(1;2)$ и уравнения его высот: $3x + 4y - 74 = 0$, $5x + 12y - 92 = 0$.
4. Найти проекцию точки $A(3,5,9)$, на плоскость, проходящую через точки $M_1(2;2;2)$, $M_2(12;-3;2)$, $M_3(3;0;3)$.
5. Привести к простейшему виду уравнения линии второго порядка, определить её тип и сделать схематический рисунок. Все вычисления проводить с точностью до 0,01.

$$x^2 + xy + y^2 - 2x - 3y - 4 = 0.$$

6. Привести уравнения поверхностей второго порядка к простейшему виду,

определить их тип и сделать схематический рисунок.

$$a) x^2 + 2y^2 + z^2 + 4x + 4y + 6z = 0;$$

$$б) x^2 - 2y^2 + z^2 + 4x + 6z = 0;$$

$$в) x^2 + 2z^2 + 4x + y = 0.$$

7. Найти ранг матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

8. Решить уравнение $AX = B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$.

Примеры тестовых заданий 2 семестр.

Контрольная работа № 1 Лине́йные векторные пространства

Образец

1. Показать, что векторы e_1, e_2, e_3 образуют базис и найти координаты вектора x в этом базисе. По известному вектору y_e найти вектор y .

$$e_1 = (-2, 3, 0), e_2 = (2, -3, 4), e_3 = (-2, 0, -3), x = (-4, 3, -7), y_e = (4, 4, 3)$$

2. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 , найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3 .

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 0 \\ 2 & 2 & 0 \\ -3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e_1 = (1, -2, 0) \\ e_2 = (1, 3, 1) \\ e_3 = (1, 2, 1) \end{matrix} \quad \begin{matrix} u_1 = (2, 1, 1) \\ u_2 = (3, -3, 1) \\ u_3 = (1, -3, 0) \end{matrix}$$

Контрольная работа № 2. Лине́йные операторы и квадратичные формы

Образец

1. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора:

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии:

$$4x^2 + 2\sqrt{14}xy - y^2 = 18$$

Перечень вопросов для подготовки

Зачет 1 семестр

Для успешной сдачи зачета нужно уметь:

1. Вычислять определители и уметь использовать метод разложения определителя по строкам и столбцам.
2. Использовать формулы Крамера для решения систем линейных уравнений.
3. Складывать и умножать матрицы.
4. Находить обратную матрицу.
5. Находить координаты вектора, соединяющего две точки, заданных своими координатами.
6. Находить координаты точки, делящую отрезок в данном отношении.
7. Находить координаты суммы векторов и координаты произведения вектора на число, если известны исходные координаты векторов в данном базисе.
8. Вычислять скалярное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе.
9. Находить углы между векторами, модуль вектора и единичный вектор, соответствующий данному направлению, если известны координаты векторов в ортонормированном базисе.
10. Находить углы в треугольнике, если известны координаты его вершин в прямоугольной декартовой системе координат.
11. Знать условия параллельности и перпендикулярности векторов.
12. Вычислять векторное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе.
13. Знать геометрический смысл векторного произведения.
14. Уметь определять площадь треугольника, если известны координаты его вершин в прямоугольной декартовой системе координат.
15. Вычислять смешанное произведение векторов, заданных своими координатами в ортонормированном базисе.
16. Знать геометрический смысл смешанного произведения.
17. Уметь определять объем косоугольного параллелепипеда и объем треугольной пирамиды, если известны координаты ее вершин в прямоугольной декартовой системе координат.
18. В прямоугольной декартовой системе координат находить на плоскости: уравнение прямой, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору; уравнение прямой, проходящей через данную точку, параллельно данному вектору; уравнение прямой, проходящей через две данные точки; уравнение прямой, проходящей через данную точку с заданным угловым коэффициентом.
19. Определять на плоскости расстояние от точки до прямой, заданной общим уравнением.
20. Определять условия параллельности и перпендикулярности прямых, угол между прямыми.
21. В прямоугольной декартовой системе координат находить: уравнение плоскости, проходящей через данную точку, перпендикулярно данному вектору; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
22. Определять расстояние от точки до плоскости, заданной общим уравнением.

23. В прямоугольной декартовой системе координат в пространстве находить: каноническое и параметрическое уравнение прямой, проходящей через данную точку, параллельно данному вектору; уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
24. Определять в пространстве точку пересечения прямой и плоскости.
25. Определять угол между плоскостями, условие параллельности плоскостей.
26. Знать условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости.
27. Определять проекции точек на прямую и плоскость.

Образец зачетного задания Линейная алгебра. 1 семестр.

1. Найти квадрат площади треугольника с вершинами в точках $A(-8;-6;-1)$, $B(-7;4;-2)$, $C(0;-1;1)$
2. Найти сумму элементов матрицы, обратной $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
3. Найти сумму координат точки пересечения с осью OX плоскости, проходящей через точки $A(1;2;3)$, $B(2;-1;1)$, $C(-1;-2;0)$
4. Найти сумму координат точки пересечения XOY с прямой, проходящей через точки $A(1;2;3)$, $B(2;1;1)$
5. Найти сумму координат проекции точки $D(3;2;7)$ на плоскость, проходящую через точки $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(1;0;3)$
6. Найти сумму координат проекции точки $A(5;6)$ на прямую, проходящую через точки $B(1;3)$, $C(5;11)$
7. Найти сумму элементов матрицы, полученной перемножением матриц $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$
8. Найти точку пересечения с осью OX прямой, проходящей через точки $A(1;2)$, $B(5;4)$
9. Найти x , решив систему уравнений
$$\begin{cases} 3x + 4y + 2z = 8 \\ 2x - 4y - 3z = -1 \\ x + 5y + z = 0 \end{cases}$$
10. Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, заданных точками $A(-8;-6;-1)$, $B(-7;4;-2)$, $C(0;-1;1)$
11. Вычислить увеличенный в 6 раз объём пирамиды, вершины которой находятся в точках $A(2;0;1)$, $B(1;1;1)$, $C(2;1;-1)$, $D(4;3;3)$
12. Найти действительную часть комплексного числа z , если $z = \frac{2-i}{3+i}$

Экзамен 2 семестр

Пример практической части экзаменационного задания

1. Привести уравнение к каноническому виду, найти параметры фигуры и схематично нарисовать:

$$9x^2 - 16y^2 - 36x - 64y - 28 = 0$$

2. Привести уравнение к каноническому виду, найти параметры фигуры и схематично нарисовать:

$$x^2 - y^2 - 8y - 2z + 6 = 0$$

3. Разделить многочлен $p(x)$ на многочлен $q(x)$ столбиком с остатком:

$$p(x) = 2x^5 - 4x^3 + 2x^2 + 7x - 10 \quad q(x) = x^3 - 2x^2 + 7x - 1$$

4. Разделить многочлен $p(x)$ на многочлен $q(x)$ по схеме Горнера:

$$p(x) = 4x^3 + 6x^2 - x + 4 \quad q(x) = x - 4$$

5. По известным векторам a, b, c и их значениям a_e, b_e, c_e в базисе e_1, e_2, e_3 , найти векторы этого базиса.

$$a_e = (2, -2, 1), b_e = (-2, 3, -1), c_e = (0, 1, -1), a = (1, 1, 1), b = (-3, 1, 1), c = (-1, 3, -1)$$

6. По известной матрице линейного оператора A_e в базисе e_1, e_2, e_3 и разложению базиса e по базису u , найти A_u в базисе u_1, u_2, u_3 .

$$A_e = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 3 \\ 1 & -3 & -3 \\ 0 & -2 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{matrix} e_1 = u_1 - u_2 - u_3 \\ e_2 = 2u_1 - u_2 - u_3 \\ e_3 = -u_1 + 2u_3 \end{matrix}$$

7. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

8. Используя теорию квадратичных форм, привести к каноническому виду уравнение линии:

$$6x^2 + 2\sqrt{2}xy + 7y^2 = 40$$

Вопросы к экзаменам

Вопросы:

1. Матрицы над полем. Операция сложения матриц. Свойства операции сложения.
2. Умножение матриц на действительное число. Свойства этой операции.
3. Умножение матриц. Свойства этой операции (ассоциативность, некоммутативность, нейтральный элемент). Обратные матрицы.
4. Транспонирование матриц, транспонирование произведения матриц.
5. Квадратные матрицы. Единичная матрица. Обратные и обратимые матрицы.
6. Определитель квадратной матрицы. Определитель 2,3 порядков. Определитель n -го порядка.

7. Алгебраические дополнения и миноры элемента определителя.
8. Теорема о разложении определителя по элементам строки (столбца).
9. Свойства определителя. Необходимые и достаточные условия равенства нулю определителя. Определитель треугольного вида.
10. Вычисление обратной матрицы при помощи алгебраических дополнений.
11. Простейшие матричные уравнения, их решение.
12. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решения СЛУ. Равносильные СЛУ.
13. Однородные и неоднородные СЛУ, свойства их решений.
14. Элементарные преобразования СЛУ. Равносильность СЛУ при элементарных преобразованиях.
15. Элементарные преобразования матриц.
16. Ступенчатые системы линейных уравнений. Приведение СЛУ к ступенчатому виду.
17. Матрицы, соответствующие СЛУ. Элементарные преобразования матриц. Ступенчатые матрицы. Ранг матрицы. Ранг СЛУ.
18. Теорема о числе решений систем линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. Общие и частные решения систем линейных уравнений.
19. Запись и решение системы n линейных уравнений с n неизвестными в матричной форме.
20. Правило Крамера решения системы n линейных уравнений с n неизвестными.

5.3.4. Примеры практических заданий для контроля знаний на семестровом экзамене.

Задания:

1. Вычислить сумму $(A+B)C$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.
2. Вычислить произведение матриц $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, и наоборот.
3. Перемножить матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -4 & -3 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & 6 & 4 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$, и наоборот.
4. Вычислить произведение матрицы $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ на транспонированную ей, и наоборот.

5. Показать, что $(A \cdot B)^T = B^T \cdot A^T$, если $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

6. Для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & - \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ найти обратную матрицу. Сделать проверку.

7. Решить уравнение $X \cdot A = B$, где $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 7 \\ -2 & 0 & -5 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

8. Решить матричное уравнение $A \cdot X = B$, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.

9. Найти двумя разными способами коэффициент при x в разложении определителя

$$\begin{vmatrix} 1 & x & 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 & -3 \\ 3 & -2 & -1 & 5 & 6 \\ 2 & -5 & 1 & -1 & 5 \\ 5 & x & -4 & 2 & -3 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 0 & -1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -3 & 4 & 1 \\ 1 & 1 & 3 & 0 & 2 \\ 4 & -1 & 0 & 0 & 2 \\ 3 & 3 & 1 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

10. Вычислить определитель

11. Решить методом Гаусса систему линейных уравнений. Сделать проверку.

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 - x_3 + 3x_4 + 4x_5 &= 1, \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 - x_5 &= 2, \\ x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 5x_4 + 3x_5 &= 3, \\ x_1 + 15x_2 + 6x_3 - 19x_4 + 9x_5 &= 9. \end{aligned}$$

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов.

В промежуточную аттестацию (зачеты) включаются как теоретические вопросы, так и практические задания. Студент должен ответить на один теоретический вопрос и решить несколько предложенных задач.

Для допуска к экзамену нужно выполнить все домашние задания и пройти промежуточную аттестацию. Студент допускается к экзамену, если он обстоятельно ответил на вопрос и правильно решил задачи на промежуточной аттестации. Допуск к экзамену также может быть выставлен студенту, если он допустил при решении

задач и ответе на теоретический вопрос одну-две негрубые ошибки.

- Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен), по следующей схеме:

Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен Оценка по 5-балльной системе	Оценка по 100-балльной системе
Отлично	81 — 100
Хорошо	61 — 80
Удовлетворительно	41 — 60
Неудовлетворительно	21 — 40

Распределение баллов по видам работ:

Название компонента	Распределение баллов
Посещение	до 15
Текущий контроль: Выполнение дом. заданий	до 15
Контр. работы	до 15
Коллоквиум	до 15
Экзамен	до 25

Критерии и шкала оценивания домашней работы

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	0,5
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	0,5
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	0,5
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	0,5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

Критерии и шкала оценивания конспекта

Критерий	Баллы
----------	-------

Текст конспекта логически выстроен и точно изложен, ясен весь ход рассуждения	0,5
Даны ответы на все поставленные вопросы, всё изложено научным языком, с применением верной терминологии	0,5
Ответ на каждый вопрос заканчиваться выводом, сокращения слов в тексте отсутствуют (или использованы общепринятые)	0,5
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	0,5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

Шкала оценивания теста, контрольной работы

Показатель	отметка
Выполнено до 40% заданий	2
Выполнено 41-60% заданий	3
Выполнено 61-80% заданий	4
Выполнено более 81% заданий	5

Критерии и шкала оценивания работы студентов на лекциях и практических занятиях

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и

	свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.
--	---

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

Шкала оценивания решения задач

Показатель	Отметка, балл
Выполнено до 80% заданий	1
Выполнено более 81% заданий	2

Критерии экзаменационных оценок:

Оценка студента на экзамене выставляется в баллах с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам.

Оценка "отлично" характеризует полное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "хорошо" характеризует основное усвоение теоретического и практического материала, студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.

Оценка "удовлетворительно" характеризует знание (без доказательства) основных теорем и формул курса, студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

Оценка "неудовлетворительно" выставляется студенту, если он не усвоил основные теоремы и формул курса и если студент не умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.

Шкала оценивания зачета

Оценка	Балл
Зачтено	41-100
Не зачтено	0-40