

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2020 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «21» 05 2020 г., № 11
Зав. Кафедрой  / Рассудовская М.М./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине
Теория чисел

Направление подготовки
44.03.01 – Педагогическое образование

Профиль
Математика

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Пинчук Ирина Александровна
кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

Рабочая программа дисциплины «Теории чисел» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 121.

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Физическая культура» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции.

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-8 Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ОПК-8	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: основные тенденции развития в соответствующей области науки Уметь: осуществлять отбор материала, характеризующего достижения педагогики с учётом специфики направления подготовки	Текущий контроль; устный опрос (групповой или индивидуальные); проверка домашних заданий, тестирование	41-60
	Продвинутой	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: основные тенденции развития в соответствующей области науки Уметь: осуществлять отбор материала, характеризующего достижения педагогики с учётом специфики направления подготовки Владеть: методами и технологиями межличностной коммуникации, навыками публичной речи	Текущий контроль, проверка домашних заданий, семестровой работы, контрольной работы, экзамен	61-100

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Список вопросов для подготовки к теоретической части экзамена:

1. Отношение делимости в кольце целых чисел. Основные свойства.
2. Теорема о делении с остатком.
3. Определение наибольшего делителя и теорема о его нахождении.
4. Линейное представление наибольшего общего делителя данных чисел.
5. Основная теорема арифметики.
6. Наименьшее общее кратное. Теорема о его нахождении.
7. Взаимно простые числа. Основные свойства.
8. Простые числа. Составные числа. Теорема о делимости произведения натуральных чисел на простое число.
9. Числовые функции. Число делителей данного натурального числа.
10. Числовые функции. Сумма делителей данного натурального числа.
11. Числовая функция Эйлера.
12. Функция $E(x)$ и ее применение в теории чисел.
13. Числовые сравнения. Необходимое и достаточное условие сравнимости двух целых чисел.
14. Свойства числовых сравнений.
15. Классы вычетов по модулю t . Полная и приведенная система вычетов.
16. Теорема о свойстве приведенной системы вычетов. Кольцо классов вычетов по модулю t .
17. Малая теорема Ферма, ее обобщение.
18. Теорема Эйлера. Применение этой теоремы.
19. Целые систематические числа. Переход от одной системы счисления к другой. Арифметические действия над целыми систематическими числами.
20. Систематические дроби конечные, бесконечные. Преобразование рационального числа в систематическую дробь. Три вида бесконечных систематических дробей.
21. Теорема Паскаля. Признаки делимости в системе счисления с основанием t .
22. Сравнения с одним неизвестным по данному модулю. Теорема о замене коэффициентов числами, сравнимыми с ними по данному модулю.
23. Основные теоремы для решения сравнений.
24. Сравнения второй степени, символ Лежандра.
25. Линейные сравнения с одним неизвестным. Теорема о существовании решения и их числе.
26. Системы линейных сравнений с одним неизвестным. Техника их решения.
27. Конечные цепные дроби. Подходящие дроби.
28. Решение линейных сравнений с одним неизвестным с помощью цепных дробей.
29. Решение неопределенных уравнений вида $ax + by = c$ с помощью конечных цепных дробей.
30. Первообразные корни и индексы.

Типы задач для подготовки к практической части экзамена:

Типы задач для подготовки к практической части экзамена.

1. Решить задачу, применяя определения НОД и НОК целых чисел.
2. Решить задачу, применяя определения простого и составного числа.
3. Решить задачу, применяя свойства сравнений.
4. Решить задачу, применяя функцию Эйлера.
5. Решить задачу, применяя определение полной и приведенной систем вычетов.
6. Решить задачу, применяя теорему Эйлера.
7. Решите сравнение первой степени с одним неизвестным.
8. Решить задачу, применяя признаки делимости.

9. Выделите все этапы решения указанной алгоритмической задачи.
10. Оцените правильность и рациональность предложенного решения задачи.
11. Составьте несколько задач по указанным данным и опишите способы их решения.
12. Решить задачу, применяя функцию $E(x)$.

Вопросы для проведения опросов

1. Перечислите основные свойства делимости целых чисел.
2. Дайте определения НОД и НОК.
3. Опишите алгоритм Евклида.
4. Какова связь между НОД и НОК двух чисел?
5. Дайте определение простых и составных чисел.
6. Сформулируйте основную теорему арифметики.
7. Что называется каноническим разложением натурального числа.
8. Какие числовые функции вы знаете?
9. Какова их роль в теории чисел?
10. Какие функции называются мультипликативными?
11. Дайте определение вычетов по модулю.
12. Как строится кольцо классов вычетов по модулю?
13. В каких случаях мы получаем поле?
14. Что такое характеристика поля?
15. Сформулируйте первую теорему о вычетах линейной формы.
16. Дайте определение функции Эйлера.
17. Что называется приведенной системой вычетов?
18. Сформулируйте вторую теорему о вычетах линейной формы.
19. Дайте определение числового сравнения по натуральному модулю.
20. Перечислите основные свойства числовых сравнений.
21. Дайте определение линейного сравнения с одним неизвестным.
22. Перечислите методы решения сравнения с одним неизвестным.
23. Как решаются сравнения по простому модулю p ?
24. Как решаются сравнения по произвольному составному модулю.
25. Сформулируйте китайскую теорему об остатках.
26. Приведите примеры ее использования.
27. Опишите методы решения сравнений второй степени.
28. Определите символ Лежандра.
29. Опишите перевод числа из одной системы счисления в другую.
30. Сформулируйте теорему Эйлера.
31. Сформулируйте малую теорему Ферма.
32. Дайте определение непрерывной дроби, приведите примеры.
33. Дайте определение подходящих дробей.
34. Сформулируйте свойства подходящих дробей.
35. Приведите пример решения сравнений первой степени с помощью непрерывных дробей.
36. Как представляются рациональные числа с помощью непрерывных дробей.
37. Как представляются иррациональные числа с помощью непрерывных дробей.
38. Оценка погрешности с помощью непрерывных дробей.
39. Сформулируйте закон взаимности нечетных простых чисел.
40. Перечислите нерешенные проблемы простых чисел.

Тест. . Делимость чисел. НОД. НОК. Простые числа

1. Какое из чисел 5,6,7 и 31 является делителем числа 93?

- 1) 5
- 2) 6
- 3) 7
- 4) 31

2. Какое из чисел 2, 6,24 и 50 является кратным числа 12?

- 1) 2
- 2) 6
- 3) 24
- 4) 50

3. Верно ли высказывание: сумма двух натуральных чисел кратна каждому из слагаемых?

- 1) да;
- 2) нет.

4. Вставить пропущенные слова, числа, фразы.

1) Делителем натурального числа a называют натуральное число,

_____.

2) Любое натуральное число имеет _____ кратных.

3) Наименьшим из кратных любого натурального числа является

_____.

4) Число называется четным, если оно _____.

5) Цифры _____ называются нечетными.

6) Четное число, кратное 5, оканчивается цифрой _____.

7) Если в записи число $***252$ вместо звездочек поставить цифру _____, то полученное число будет кратно 9.

8) Натуральное число называют простым, если

_____.

9) Натуральное число, _____ называют наибольшим общим делителем этих чисел.

10) Числа 2, 5 и _____ взаимно простые. 11) Если $a = 2 \cdot 3 \cdot 5$ и $b = 3 \cdot 5 \cdot 7$, то наименьшее общее кратное этих чисел равно _____.

12) Наименьшее общее кратное двух чисел не может быть меньше _____.

13) Наибольший общий делитель чисел 120 и 240 равен _____.

14) Сумма нескольких натуральных чисел _____ среднему арифметическому этих чисел, если оно является натуральным числом.

15) Сумма двух простых чисел, каждое из которых больше двух, всегда _____.

5. Если a делится на c , b не делится на c , то:

- 1) $a+b$ делится на c ;
- 2) $a+b$ не делится на c ;
- 3) $a+b$ может делиться на c , а может не делиться на c ;
- 4) $a-b$ делится на c .

6. Если a делится на d , то ab делится на d :

- 1) при любом целом b ;
- 2) при положительном действительном b ;
- 3) при отрицательном рациональном b ;
- 4) только при $b=3$.

7. В цепочке равенств алгоритма Евклида последний отличный от нуля остаток равен:

- 1) наименьшему общему кратному данных чисел;
- 2) единице;
- 3) -1 ;
- 4) наибольшему общему делителю данных чисел.

8. Если числа a и b взаимно простые, то:

- 1) $[a, b]=a$;
- 2) $[a, b]=a \cdot b$;
- 3) $[a, b]=b$;
- 4) $[a, b]=1$.

9. Найти все простые числа между числами 1300 и 1350.

Контрольная работа Основные алгоритмы теории чисел

1. Вычислить $\varphi(a)$.
2. Найти линейное представление НОД чисел a и b .
3. Представить a в виде систематической дроби в системе с основанием b .

4. Решить систему сравнений

$$\begin{cases} (a+b)x \equiv a \pmod{c} \\ (\tilde{n}+10)x \equiv -(\tilde{n}-2) \pmod{(\tilde{n}-3)} \\ (a-3)x \equiv (a+c) \pmod{(b-6)} \end{cases}$$

5. Найти две последние цифры в десятичном представлении числа a^b .

6. Вывести и сформулировать признак делимости на a в системе счисления с основанием b .
7. Представить a в виде цепной дроби, найти подходящие дроби.
8. Найдите остаток от деления a^b на c .
9. Решить уравнение в целых числах $ax - by = c$.
10. Найдите сумму и число всех натуральных делителей числа a .

Варианты заданий для контрольной работы

задание вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
параметр	a	a, b	a, b	a, b, c	a, b	a, b	a	a, b, c	a, b, c	a
1	720	$-38, 20$	$\frac{1}{15}, 6$	$15, 14, 11$	$243, 402$	$3, 5$	$\frac{212}{613}$	$4, 115, 25$	$71, 47, 23$	375
2	840	$64, -50$	$\frac{1}{18}, 6$	$18, 16, 13$	$635, 182$	$4, 5$	$\frac{112}{523}$	$3, 215, 24$	$71, 38, 31$	275
3	630	$-46, 18$	$\frac{1}{15}, 7$	$13, 12, 11$	$962, 271$	$3, 6$	$\frac{207}{536}$	$5, 178, 23$	$61, 47, 34$	325
4	810	$-93, 18$	$\frac{1}{18}, 7$	$9, 8, 7$	$298, 943$	$5, 6$	$\frac{117}{211}$	$6, 123, 26$	$41, 45, 31$	350
5	710	$-28, 49$	$\frac{1}{15}, 9$	$10, 9, 8$	$523, 187$	$4, 7$	$\frac{187}{537}$	$7, 99, 27$	$21, 58, 73$	400
6	630	$36, -72$	$\frac{1}{18}, 9$	$13, 10, 8$	$392, 451$	$6, 7$	$\frac{261}{401}$	$4, 153, 28$	$89, 42, 53$	425
7	465	$54, -45$	$\frac{1}{15}, 11$	$15, 14, 5$	$182, 371$	$2, 9$	$\frac{193}{491}$	$5, 211, 22$	$61, 24, 75$	475
8	760	$84, -24$	$\frac{1}{18}, 11$	$19, 10, 12$	$328, 251$	$4, 9$	$\frac{301}{509}$	$7, 173, 29$	$53, 86, 24$	250
9	820	$-60, 27$	$\frac{1}{15}, 12$	$11, 12, 13$	$521, 371$	$6, 9$	$\frac{267}{567}$	$9, 203, 21$	$74, 98, 31$	335

10	790	63, -39	$\frac{1}{18},$ 12	12, 14, 15	394, 296	8, 9	$\frac{191}{431}$	6, 132, 19	69, 24, 64	285
----	-----	------------	-----------------------	------------------	-------------	---------	-------------------	------------------	------------------	-----

Семестровое задание для самостоятельной работы

1. При каких натуральных значениях n число $\frac{4n+3}{5n+2}$ является целым?
2. Указать наибольшее целое число k , при котором дробь $\frac{12k^2+5k+6}{4k+3}$ является целым числом.
3. Доказать, что $2010^{2010} - 1$ делится на 2009.
4. Доказать, что число $222^{333} + 333^{222}$ является составным.
5. Пусть p - простое число, большее 3. Доказать, что $p^2 - 1$ делится нацело на 24.
6. Найдите все натуральные числа n , при которых $n^2 + 3n + 5$ делится без остатка на 121.
7. Найдется ли десятизначное число, делящееся на 11, в записи которого использованы все цифры от 0 до 9?
8. Произведение двух натуральных чисел равно 10800, а их наибольший общий делитель равен 60. Найти наименьшее общее кратное этих чисел.
9. Найти все пары натуральных чисел, наибольший общий делитель которых равен 5, а наименьшее общее кратное равно 105.
10. Найти два натуральных числа, сумма которых равна 85, а наименьшее общее кратное равно 102.
11. Доказать, что при любом натуральном n числа $21n+1$ и $14n+3$ - взаимно простые.
12. Найти все целые числа x и y , удовлетворяющие равенству $8x = 14y - 7$.
13. Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} x^2 + y^2 < 18x - 20y - 166 \\ 32x - y^2 > x^2 + 12y + 271 \end{cases}.$$
14. Найдите все пары целых чисел (x, y) , удовлетворяющие системе неравенств

$$\begin{cases} 2x^2 + 2y^2 + 24x - 28y + 167 < 0 \\ x + 2y < \frac{15}{2} \end{cases}.$$
15. Натуральные числа m и n таковы, что и $m^3 + n$, и $m + m^3$ делятся на $m^2 + n^2$. Найти m и n .
16. Решите в натуральных числах уравнение

$$\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{25},$$
 где $m > n$.
17. Решите в натуральных числах уравнение

$$n! + 5n + 13 = k^2.$$
18. Найдите все пары натуральных чисел m и n , являющиеся решениями уравнения

$$2^m - 3^n = 1.$$
19. Произведение нескольких различных простых чисел делится на каждое из этих чисел, уменьшенное на 1. Чему может быть равно это произведение?

20. Найдите все такие пары взаимно простых натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа через запятую десятичную запись числа b , то получится десятичная запись числа, равного $\frac{b}{a}$.
21. Найдите все такие пары натуральных чисел a и b , что если к десятичной записи числа a приписать справа десятичную запись числа b , то получится число, большее произведения чисел a и b на 42.
22. При каком наименьшем натуральном n число $2010!$ не делится на n^n ?
23. У натурального числа n ровно 6 натуральных делителей. Сумма этих делителей равна 3500. Найдите n .
24. Перед каждым из чисел $2, 3, \dots, 6$ и $11, 12, \dots, 19$ произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 45 полученных результатов складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Темы рефератов

1. Кольцо классов вычетов по простому модулю.
2. Вариации на тему малой теоремы Ферма.
3. Квадратичные вычеты. Символ Лежандра.
4. Порядки вычетов и их свойства.
5. Первообразные корни и вычеты.
6. Символ Якоби.
7. Кольцо делимых чисел Гаусса.
8. Занимательные дроби.
9. Решение уравнений в целых числах.
10. Сложность вычислений в кольце вычетов.
11. Представление чисел квадратичными формами.
12. Сравнения второй степени.
13. Криптосистема RSA.
14. Теорема Эйлера.
15. Сложность арифметических операций с целыми числами.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ», утвержденного решением Ученого совета МГОУ от 20 февраля 2012 года протокол №4.

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Основными формами текущего и итогового контроля являются устные опросы группы во время практических занятий, тестирование, контрольные работы, семестровое задание для самостоятельной работы и экзамен.

Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, тестирование, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – экзамен) по следующей схеме:

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по 100-балльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

Учебный семестр:

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (60 баллов) и оценки за экзамен (40 баллов):

Учебный семестр:

1) Посещение занятий – 1 балл.

За семестр – 40 баллов по числу занятий (лекции, практические).

2) Контрольная работа – 5 баллов.

3) реферат – 2 балла (всего 4 баллов)

4)Выполнение заданий теста –6 баллов.

5) Выполнение заданий семестровой работы– 5 баллов.

6) Экзамен – 40 баллов.

Итого за учебный семестр – 100 баллов.