Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры, математического
анализа и геометрии

Протокол от «9» февраля 2023 г., № 6

Зав. кафедрой _____ /Кондратьева Г.В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Основные структуры алгебры

Направление подготовки (специальности) 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль (программа подготовки, специализация) Математика

Мытищи
2023

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы¹

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
УК – 1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
ПК – 1. Способен осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания²

Оцен и ваемы е компе т енции	Уров ень сфор миро ванно сти	Этап формирован ия	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
УК-1	Порог овый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Устный опрос, семестровое задание, контрольная работа, реферат	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания семестрового задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания реферата

¹ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

² Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

	Прод винут ый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятел ьная работа	Знать основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций Уметь осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, выработать стратегию действий Владеть методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий	Устный опрос, семестровое задание, контрольная работа, реферат	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания семестровог о задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания реферата
--	---------------------	---	--	--	--

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии и оценивания	Шкала оценивания
ПК-1	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<p><i>Знать:</i> содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p><i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения</p>	Устный опрос, семестровое задание, контрольная работа, реферат	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания семестрового задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания реферата
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	<p><i>Знать:</i> содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач</p> <p><i>Уметь:</i> пользоваться языком математики; вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптиро-</p>	Устный опрос, семестровое задание, контрольная работа, реферат	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания семестрового задания Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания реферата

			<p>вать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу</p> <p><i>Владеть:</i></p> <p>научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала</p>		
--	--	--	---	--	--

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы	5
Материал изложен последовательно и грамотно, сделаны необходимые обобщения и выводы, но допущены несущественные неточности, исправленные самим студентом.	4
Материал изложен неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы	3
Не раскрыто основное содержание учебного материала, студент демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя	2

Шкала оценивания контрольной работы.

Критерий оценивания	Баллы
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	8 баллов
Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты	7 баллов
Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не	6 баллов

смог обосновать полученные результаты	
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	4-1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

Шкала оценивания реферата.

	Критерии
4 балла	Реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, презентация адекватно отражает содержание реферата
3 балла	реферат по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы, но нет презентации
2 балла	реферат по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 3 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута аргументация
1 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить

	теорию в новой ситуации
0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

Шкала оценивания семестрового задания.

Критерий оценивания	Баллы
Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты	6 баллов
Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты	5 баллов
Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты	4-2 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты	1 балл
Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты	0 баллов

Текущий контроль

УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач

Знать: основы системного подхода и основные приемы разрешения проблемных ситуаций

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1 на пороговом уровне³

Вопросы для проведения устных опросов.

³ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

1. Дайте определение группы
2. Какими свойствами обладает группа
3. Дайте определение гомоморфизма групп
4. Сформулируйте теорему о гомоморфизмах
5. Приведите примеры изоморфных групп
6. Приведите примеры циклических групп
7. Как определяется степень элемента в группе
8. Дайте определение кольца
9. Дайте определение поля
10. Сформулируйте свойства кольца
11. Сформулируйте свойства поля
12. Какие элементы называются делителями нуля
13. Дайте определение гомоморфизма колец
14. Дайте определение подкольца и идеала кольца
15. Приведите примеры основных структур

Уметь: осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1 на пороговом уровне⁴

Примерные темы рефератов.

1. Симметрическая группа и ее подгруппы

⁴ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

2. Примеры конечных групп малых порядков
3. История создания теории групп
4. Группа Галуа
5. Линейные алгебры
6. Простые расширения полей
7. Трансцендентное расширение поля
8. Характеристика поля и поля ненулевой характеристики

Контрольная работа №1.

1. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе Z_n .

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1 на продвинутом уровне

Примерные темы рефератов.

1. Симметрическая группа и ее подгруппы
2. Примеры конечных групп малых порядков
3. История создания теории групп
4. Группа Галуа
5. Линейные алгебры
6. Простые расширения полей
7. Трансцендентное расширение поля
8. Характеристика поля и поля ненулевой характеристики

Контрольная работа №1.

1. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе Z_n .
2. Доказать, что для конечной циклической группы обращение теоремы Лагранжа верно, т.е. если $n = |\langle a \rangle|$ и $n : k$, то существует подгруппа H группы $\langle a \rangle$ такая, что $|H| = k$.
3. Доказать, что отношение изоморфизма в классе всех групп является отношением эквивалентности.
4. Пусть $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп. Доказать, что f - мономорфизм тогда и только тогда, когда $\text{Ker } f = \{1\}$ и f - эпиморфизм тогда и только тогда, когда $\text{Im } f = G'$.
5. Доказать, что если $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп и H - подгруппа в группе G , то $f(H)$ является подгруппой в G' .
6. Доказать, что если $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм группы G на группу G' и при этом G абелева, то и G' абелева. Верно ли обратное утверждение?

Владеть: методами критического анализа проблемных ситуаций на основе системного подхода, способами разработки стратегии действий

Задания, необходимые для оценивания сформированности УК-1 на пороговом уровне

Контрольная работа №1.

1. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе Z_n .
2. Доказать, что для конечной циклической группы обращение теоремы Лагранжа верно, т.е. если $n = |\langle a \rangle|$ и $n : k$, то существует подгруппа H группы $\langle a \rangle$ такая, что $|H| = k$.
3. Доказать, что отношение изоморфизма в классе всех групп является

отношением эквивалентности.

4. Пусть $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп. Доказать, что f - мономорфизм тогда и только тогда, когда $\text{Ker } f = \{1\}$ и f - эпиморфизм тогда и только тогда, когда $\text{Im } f = G'$.

5. Доказать, что если $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп и H - подгруппа в группе G , то $f(H)$ является подгруппой в G' .

6. Доказать, что если $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм группы G на группу G' и при этом G абелева, то и G' абелева. Верно ли обратное утверждение?

Контрольная работа №2.

7. Доказать, что для произвольной подгруппы мультипликативной группы элементы, обратные к элементам левого смежного класса, образуют правый смежный класс.

8. Пусть $G = (GL_n(R), \cdot)$, $H = (SL_n(R), \cdot)$. Вычислить G/H .

9. Доказать, что множество R^* обратимых элементов кольца R с единицей является мультипликативной группой.

10. Доказать, что обратимый элемент кольца не может быть делителем нуля.

11. Доказать, что делителями нуля в кольце матриц над полем являются матрицы с нулевым определителем, и только они.

12. Доказать, что пересечение любого множества идеалов кольца R является идеалом того же кольца.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1 на продвинутом уровне

Контрольная работа №2.

1. Доказать, что для произвольной подгруппы мультипликативной группы элементы, обратные к элементам левого смежного класса, образуют правый смежный класс.

2. Пусть $G = (GL_n(R), \cdot)$, $H = (SL_n(R), \cdot)$. Вычислить G/H .

3. Доказать, что множество R^* обратимых элементов кольца R с единицей является мультипликативной группой.

4. Доказать, что обратимый элемент кольца не может быть делителем

нуля.

5. Доказать, что делителями нуля в кольце матриц над полем являются матрицы с нулевым определителем, и только они.

6. Доказать, что пересечение любого множества идеалов кольца R является идеалом того же кольца.

Семестровое задание для самостоятельной работы.

1. Определить какие из операций f являются алгебраическими на следующих множествах A , какие из алгебраических операций коммутативны, ассоциативны?

1) $A = 2\mathbf{N} = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$

а) f сложение натуральных чисел,

б) f умножение натуральных чисел.

2) $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x = 2n+1, n \in \mathbf{N}\}$

а) f сложение натуральных чисел,

б) f умножение натуральных чисел.

Семестровое задание для самостоятельной работы.

1. Определить какие из операций f являются алгебраическими на следующих множествах A , какие из алгебраических операций коммутативны, ассоциативны?

1) $A = 2\mathbf{N} = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x = 2n, n \in \mathbf{N}\}$

а) f сложение натуральных чисел,

б) f умножение натуральных чисел.

2) $A = \{x \mid x \in \mathbf{N}, x = 2n+1, n \in \mathbf{N}\}$

а) f сложение натуральных чисел,

б) f умножение натуральных чисел.

3) $A = \mathbf{R} - \{0\}$

- а) f сложение вещественных чисел,
б) f умножение вещественных чисел.

4) $A = \mathbf{R} - \mathbf{Q}$

- а) f сложение вещественных чисел,
б) f умножение вещественных чисел.

5) $A = \{1\}$

- а) f сложение натуральных чисел,
б) f умножение натуральных чисел.

6) $A = \{0, 1\}$

- а) f сложение целых чисел,
б) f умножение целых чисел.

2. Укажите какие из следующих операций f являются алгебраическими на множестве $A = \{x \mid x \in \mathbf{R}, x > 0\}$, какие из алгебраических операций коммутативны, ассоциативны?

1) $a \mathbin{f} b = \frac{a+b}{2}$,

2) $a \mathbin{f} b = a + b - 1$,

3) $a \mathbin{f} b = ab^2$,

4) $a \mathbin{f} b = a^b$,

5) $a \mathbin{f} b = \sqrt{ab}$,

6) $a \mathbin{f} b = \log_a b$,

7) $a \mathbin{f} b = \max \{a, b\}$,

8) $a \mathbin{f} b = |a - b|$.

3. Доказать, что операция f на множестве $\mathbf{N}$ алгебраическая и ассоциативна, если:

1) $a \mathbin{f} b = \text{НОД}(a, b)$,

2) $afb = \text{НОК}(a, b)$,

3) $afb = \min\{a, b\}$,

4) $afb = a$,

5) $afb = 1$.

4. Указать, какие из следующих множеств относительно указанных операций f являются группами.

1) $A = \{x \mid x = 2^n, n \in \mathbb{Z}\}$, f – обычное умножение.

2) $A = \{x \mid x = 2^n, n \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}\}$, f – обычное умножение.

3) $A = \{x \mid a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Z}, a^2 + b^2 \neq 0\}$, f – обычное умножение.

4) $A = \{x \mid a + b\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Q}, a^2 + b^2 \neq 0\}$, f – обычное умножение.

5) $A = \mathbb{Q}\{0\}$, f – обычное умножение.

6) $A = \{x \mid x \in \mathbb{Q}, x > 0\}$, f – обычное умножение.

7) $A = 2\mathbb{Z}$, f – обычное умножение.

8) $\left\{x \mid x = \frac{a}{7^k}, a \in \mathbb{Z}, k \in \mathbb{N}\right\}$, f – обычное умножение.

5. Доказать что каждое из следующих множеств с заданной операцией f (с помощью таблицы Кэли), является группой:

1. $A = \{e, a\}$

2. $A = \{e, a, b\}$

f	e	a
e	e	a
a	a	e

f	e	a	b
e	e	a	b
a	a	b	e
b	b	e	a

6. Доказать, что каждое из следующих числовых множеств с обычным сложением и умножением является кольцом (полем).

- 1) Z ,
- 2) $2Z$,
- 3) Q ,
- 4) $A = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in Z\}$,
- 5) $A = \{x \mid x = a + b\sqrt{3}, a, b \in Q\}$.

7. Доказать, что множество $a = Z \times Z$ со следующими операциями сложения и умножения является коммутативным кольцом с единицей:

- 1) $(a_i; b_i) + (a_2; b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2),$
 $(a_i; b_i) \cdot (a_2; b_2) = (a_1 \cdot a_2; b_1 \cdot b_2),$
- 2) $(a_i; b_1) + (a_2; b_2) = (a_1 + a_2; b_1 + b_2),$
 $(a_i; b_i) \cdot (a_2; b_2) = (a_i \cdot a_2 + b_1 \cdot b_2; a_1 \cdot b_2 + a_2 \cdot b_1).'$

Указать в каждом из этих колец обратимые элементы. В кольце с делителем нуля найти все делители нуля.

8. Выписать все перестановки 1) трёх элементов, 2) четырёх элементов.

9. Найти число инверсий в следующей перестановке и указать четность перестановки:

$$2, 4, 6, \dots, 2n, 1, 3, 5, \dots, 2n-1.$$

10. Найти произведение подстановок:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix},$$

$$2) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 2 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 5 \end{pmatrix}^3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 5 & 6 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}^{-2}.$$

11. Найти подстановку X , если

$$1) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix},$$

$$2) X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix},$$

$$3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 3 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

12. Найти частные и остатки при делении на 7 следующих чисел:

3, 5, 10, 35, 100, 0, -1, -7, -12, -50.

13. Найти частное и остатки при делении на -8 следующих чисел:

4, 6, 11, 32, 99, 0, -2, -15, -35.

14. Построить кольца $Z_{10}, Z_{12}, Z_{13}, Z_{15}, Z_{17}$. Указать в них:

- 1) для каждого элемента противоположный элемент;
- 2) указать все обратимые элементы и для каждого из них обратный элемент;
- 3) показать, что все обратимые элементы в данном кольце мультипликативную группу;
- 4) указать среди перечисленных колец поля;
- 5) в каждом из указанных колец указать делители нуля.

15. Пусть $M = \left\{ x \mid x = \frac{a}{2^k}, a \in Z, R \in N \cup \{0\} \right\}$. Будет ли кольцом (полем) структура на M относительно обычных операций сложения и умножения вещественных чисел?

16. Доказать, что каждое из следующих числовых множеств с обычным сложением и умножением является кольцом:

$$1) M = \{x \mid x = a + bi\sqrt{3}, a, b \in \mathbb{Z}\},$$

$$2) M = \{x \mid x = a + bi, a, b \in 3\mathbb{Z}\},$$

$$3) \left\{ x \mid x = \frac{a + bi\sqrt{3}}{2}, a \text{ и } b \text{ целые числа одинаковой чётности} \right\}$$

Какие из этих колец содержат единицу? В таких кольцах укажите обратимые элементы.

17. Докажите, что каждое из следующих множеств матриц с обычным сложением и умножением является кольцом:

$$1) M = \text{Mat}(n; \mathbb{Q})$$

$$2). M = \text{Mat}(n; \mathbb{R})$$

$$3) M = \text{Mat}(n; \mathbb{C})$$

$$4). M = \text{Mat}(n; \mathbb{Z})$$

$$4) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$5) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 3b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in 2\mathbb{Z} \right\}$$

$$6) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & -b \\ b & a \end{pmatrix}, a, b \in 3\mathbb{Z} \right\}$$

$$7) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}a & -\frac{3}{2}b \\ \frac{1}{2}b & \frac{1}{2}a \end{pmatrix}, a, b. - \text{целые числа одинаковой чётности} \right\}$$

$$8) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a, b \in \mathbb{Z} \right\}$$

$$9) M = \left\{ x \mid x = \begin{pmatrix} a & b & c \\ 0 & a & b \\ 0 & 0 & a \end{pmatrix}, a, b, c \in \mathbb{Z}_4 \right\}.$$

Какие из этих колец коммутативны? Какие содержат единицу? В таких кольцах укажите обратимые элементы. В кольцах с делителем нуля найдите все делители нуля.

18. Решить систему линейных уравнений:

$$1) \begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 2x - y = 2 \end{cases} \text{ в } \mathbb{Z}_5 \quad 2) \begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases} \text{ в } \mathbb{Z}_7, \quad 3) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \text{ в } \mathbb{Z}_3.$$

$$4) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 1 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 0 \end{cases} \text{ в } \mathbb{Z}_2. \quad 5) \begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2 \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 + x_5 = 1 \end{cases} \text{ в } \mathbb{Z}_5.$$

19. Доказать, что любая конечная циклическая группа порядка n изоморфна группе $\mathbb{Z}_n$.

20. Доказать, что для конечной циклической группы обращение теоремы Лагранжа верно, т.е. если $n = |\langle a \rangle|$ и $n : k$, то существует подгруппа H группы $\langle a \rangle$ такая, что $|H| = k$.

21. Доказать, что отношение изоморфизма в классе всех групп является отношением эквивалентности.

22. Пусть $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп. Доказать, что f - мономорфизм тогда и только тогда, когда $\text{Ker } f = \{1\}$ и f - эпиморфизм тогда и только тогда, когда $\text{Im } f = G'$.

23. Доказать, что если $f : G \rightarrow G'$ - гомоморфизм групп и H - подгруппа в группе G , то $f(H)$ является подгруппой в G' .

24. Доказать, что если $f: G \rightarrow G'$ - гомоморфизм группы G на группу G' и при этом G абелева, то и G' абелева. Верно ли обратное утверждение?
25. Доказать, что для произвольной подгруппы мультипликативной группы элементы, обратные к элементам левого смежного класса, образуют правый смежный класс.
26. Пусть $G = (GL_n(R), \cdot)$, $H = (SL_n(R), \cdot)$. Вычислить G/H .
27. Доказать, что множество R^* обратимых элементов кольца R с единицей является мультипликативной группой.
28. Доказать, что обратимый элемент кольца не может быть делителем нуля.
29. Доказать, что делителями нуля в кольце матриц над полем являются матрицы с нулевым определителем, и только они.
30. Доказать, что пересечение любого множества идеалов кольца R является идеалом того же кольца.

Промежуточная аттестация

ПК-1. Способен квалифицированно толковать правовые акты, в том числе в ситуациях наличия пробелов и коллизий норм прав

Знать:

содержание профессиональных задач, знать как осваивать и использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач

Уметь:

пользоваться языком математики;

вести информационно-аналитическую и информационно-библиографическую работу с привлечением современных технологий, логично и грамотно формулировать и высказывать свои мысли, аргументировать свою точку зрения, адаптировать результаты изучения понятий и фактов алгебры и теории чисел к школьному образовательному процессу

Владеть:

научным стилем изложения содержания, навыками поиска, сбора, систематизации и использования информации, методами и приемами устного и письменного изложения предметного материала

Задания, необходимые для оценивания сформированности ПК-1

Перечень вопросов для зачета с оценкой

Список вопросов к зачету с оценкой.

1. Виды алгебраических операций и их свойства.
2. Группа, подгруппа, их свойства.
3. Левые (правые) смежные классы группы по подгруппе.
4. Конечные группы. Теорема Лагранжа и следствие из нее.
5. Нормальные подгруппы. Критерий нормальной подгруппы.
6. Гомоморфизмы групп и их свойства. Виды гомоморфизмов.
7. Ядро и образ гомоморфизмов групп, их свойства.
8. Степень элемента в группе, свойства степени.
9. Циклические группы. Изоморфизм циклических групп одного порядка.
10. Факторгруппа. Примеры факторгрупп.
11. Теорема о гомоморфизмах групп.
12. Кольцо, подкольцо, их свойства.
13. Правые, левые, двусторонние идеалы колец.
14. Делимость в коммутативных кольцах с единицей.
15. Главные идеалы кольца, кольцо главных идеалов.
16. Теория делимости в кольце главных идеалов.
17. Евклидовы кольца.
18. Факторкольцо, примеры факторколец.
19. Гомоморфизмы колец и их свойства, примеры.

20. Поле, подполе. Характеристика поля.
21. Поле частных целостного кольца.
22. Простые и составные элементы целостных колец.
23. Определение и примеры факториальных колец

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций⁵

Требования к оформлению форм отчетности (критериев оценивания). Описание процедуры проведения промежуточной аттестации. Шкала оценивания на промежуточной аттестации. Итоговая шкала по дисциплине.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 70 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнение реферата обучающийся может набрать максимально 15 баллов.

За выполнение самостоятельной работы обучающийся может набрать максимально - 15 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально - 15 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 30 баллов.

Для сдачи экзамена необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания ответов студентов на экзамене

⁵ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

Количество баллов	Критерии оценивания
26-30	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
15-25	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
8-14	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0-7	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 - 80	Зачтено
41 - 60	Зачтено
0 - 40	Не зачтено