

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ  
(МГОУ)  
Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания  
математики

Согласовано управлением организации и  
контроля качества образовательной  
деятельности

« 08 » \_\_\_\_\_ 2020 г.  
Начальник управления \_\_\_\_\_  
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 07 » \_\_\_\_\_ 2020 г. № 07  
Председатель \_\_\_\_\_



**Рабочая программа дисциплины**  
Практикум по решению задач ГИА по математике

**Направление подготовки**  
44.04.01 Педагогическое образование

**Программа подготовки:**  
Математическое образование

**Квалификация**  
Магистр

**Формы обучения**  
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией  
физико-математического факультета

Протокол « 08 » \_\_\_\_\_ 2020 г. № 10  
Председатель УМКом \_\_\_\_\_  
/Н.Н. Барбанова/

Рекомендовано кафедрой высшей  
алгебры, элементарной математики и  
методики преподавания математики

Протокол от « 07 » \_\_\_\_\_ 2020 г. № 11  
Зав. кафедрой \_\_\_\_\_  
/М.М. Рассудовская/

Мытищи  
2020

Автор-составитель  
Забелина С.Б. кандидат педагогических наук

Рабочая программа дисциплины «Практикум по решению задач ГИА по математике» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 126.

Дисциплина входит в Блок ФДТ «Факультативные дисциплины (модули)» и является факультативной дисциплиной.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2020

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программ.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся....	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	7
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	16
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	16
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	18
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	18

## 1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

### 1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Практикум по решению задач ГИА по математике» является развитие умений по решению математических учебных задач элементарной математики и применения приобретённых умений в области педагогической деятельности

Задачи дисциплины:

1. Формирование математической культуры, широкого математического кругозора в содержательном плане.
2. Углубление и расширение имеющихся у студентов знаний по элементарной математике, знакомство студентов с некоторыми новыми методами и приемами решения задач ГИА.
3. Развитие творческого потенциала студентов, необходимого для решения прикладных задач ГИА.

### 1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

СПК -6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в Блок ФДТ «Факультативные дисциплины (модули)» и является факультативной дисциплиной.

Дисциплина направлена на развитие умений по решению математических учебных задач элементарной математики и применения приобретённых умений в области педагогической деятельности.

## 3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов
Объем дисциплины в зачетных единицах	2
Объем дисциплины в часах	72
Контактная работа:	24,2
Лекции	4
Практические занятия	20
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,2
Зачет	0,2
Самостоятельная работа	40
Контроль	7,8

Форма промежуточной аттестации: зачет в 2 семестре на 1 курсе.

### 3.2. Содержание дисциплины

<p style="text-align: center;"><i>Наименование разделов (тем) Дисциплины с кратким содержанием</i></p>	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<p><b>Тема 1. Решение текстовых задач (задания 1, 10, 11, 17 из ЕГЭ)</b> Понятийный аппарат. Методы. Решение задач.</p>		1
<p><b>Тема 2. Решение задач с использованием графиков и функций (задания 2,7, 12 из ЕГЭ)</b> Понятийный аппарат. Методы. Решение задач.</p>		1
<p><b>Тема 3. Решение задач из раздела «Теория вероятностей» (задания 4 из ЕГЭ)</b> Понятийный аппарат. Методы. Решение задач.</p>		1
<p><b>Тема 4. Решение планиметрических задач (задания 3, 6, 16 из ЕГЭ)</b> Основные метрические соотношения в треугольнике и четырехугольнике, замечательные точки треугольника и четырехугольника, вписанные и описанные окружности, площади фигур. Понятийный аппарат. Специфика методов. Решение задач.</p>	1	4
<p><b>Тема 5. Решение стереометрических задач (задания 8, 14 из ЕГЭ)</b> <i>Векторы в пространстве. Метод координат в пространстве. Комбинации геометрических фигур. Цилиндры, конусы, шары. Многогранники и их сечения.</i> Понятийный аппарат. Специфика методов. Решение задач.</p>	1	4
<p><b>Тема 6. Решение задач из раздела «Теории чисел» (задания 19 из ЕГЭ)</b> Понятийный аппарат. Методы. Решение задач.</p>	1	4
<p><b>Тема 7. Решение задач на нахождение значения выражения (задание 9 из ЕГЭ).</b> <i>Алгебраические выражения. Равносильность преобразований.</i> Понятийный аппарат. Методы. Решение задач.</p>		1
<p><b>Тема 8. Решение уравнений, неравенств и их систем (задания 5, 13, 15, 18 из ЕГЭ)</b> <i>Тригонометрические уравнения, неравенства, системы; иррациональные уравнения, неравенства, системы; показательные уравнения, неравенства, системы; логарифмические уравнения, неравенства, системы; рациональные уравнения, неравенства, системы.</i> Понятийный аппарат. Специфика методов. Решение задач. Параметр.</p>	1	4
<b>ИТОГО</b>	4	20

#### 4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 2. Решение	1. Исследование функциональных моделей с помощью производной	10	Работа с литературой	Рекомендуемая	Расчетная работа

задач с использованием графиков и функций	функции. 2. задачи на оптимизацию		турой.	литература. Ресурсы Интернет.	конспект
Тема 4. Решение планиметрических задач	1.Аффинные задачи. 2. Метрические задачи. 1.Осевая симметрия в решении задач. 2. Параллельный перенос в решении задач. 3.Центральная симметрия в решении задач. 4. Поворот в решении задач. 5. Преобразование подобия в решении задач. 6. Инверсия в решении задач.	10	Работа с литературой.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа конспект
Тема 5. Решение стереометрических задач	1.Стереометрические задачи на вычисление: призмы, пирамиды 2. Вычисление расстояний и углов при решении стереометрических задач. 3. Многогранники и сфера.	10	Работа с литературой.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа, конспект
Тема 8. Решение уравнений, неравенств и их систем	Решение задач с параметром: уравнения, неравенства, их системы	10	Работа с литературой.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Расчетная работа, конспект

## 5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
СПК-6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

### 5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
СПК -	Порого-	1.Работа на	Знать: методы изучения	устный опрос, вы-	устный

6	вый	учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	элементарной математики в профильной школе, требования к проведению и оформлению проектных работ при решении учебно-исследовательских задач Уметь: применять методы поиска решения задач при реализации учебных проектов	полнение расчет-ной работы, конспект	опрос выполнение расчетной работы, конспект
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: методы изучения элементарной математики в профильной школе, требования к проведению и оформлению проектных работ при решении учебно-исследовательских задач Уметь: отбирать и применять методы поиска решения задач при реализации учебных проектов, конструировать новые методы решения задач Владеть: умениями самоконтроля и самооценивания при решении задач	устный опрос, выполнение расчетной работы, конспект	устный опрос выполнение расчетной работы, конспект

### ***Критерии оценивания конспекта***

Баллы	Критерии
2	Текст работы логически выстроен и математически грамотно изложен, ясен весь ход рассуждения. Имеются ответы на все поставленные вопросы, и они изложены научным языком, с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства необходимых теорем и следствий из них
1	Текст работы логически выстроен, математически грамотно изложен. Имеются ответы не на все поставленные вопросы, они изложены с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства не всех необходимых теорем и следствий из них.
0	Текст работы не соответствует теме или отсутствуют адекватность передачи первоисточника и доказательность материала

### ***Критерии оценивания устного опроса***

Если студент излагает материал последовательно и грамотно, делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 2 балла.

Если студент излагает материал неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или

имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 1 балл.

Если студент не раскрывает основного содержания учебного материала, демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя, то ему выставляется 0 баллов.

### ***Критерии оценивания расчетной работы***

Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 10 баллов.

Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 9-6 баллов (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 5 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 4 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты, то ему выставляется 3-2 балла (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 1 балл.

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 0 баллов.

### **5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

#### **Примерные задания расчетной работы по теме «Решение задач с использованием графиков и функций»**

1. Составить уравнение касательной к графику функции  $f(x)$ , проходящей через точку  $x_0$ :

$$\text{а) } f(x) = \frac{3x+1}{x-2} \quad x_0 = 3;$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{5-x}{3x} \quad x_0 = -1.$$

2. Найти промежутки монотонности функции:

$$\text{а) } f(x) = \frac{x-3}{2x+4};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{x}{4} + \frac{9}{x}.$$

3. Определить критические точки функции. Экстремумы функции:

$$\text{а) } f(x) = x + \frac{1}{x};$$

$$\text{б) } f(x) = \frac{x}{4-x}.$$

4. Найти наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке. Вычислить произведение наибольшего и наименьшего значения:

$$\text{а) } f(x) = (x^2 - 7x + 7) e^{x-5} \quad [4; 6];$$

$$\text{б) } f(x) = 2 \cos x - \cos 2x \quad [0; \pi].$$

5. Число 10 представьте в виде суммы двух неотрицательных слагаемых так, чтобы сумма кубов этих чисел была наибольшей.

6. Число 72 представьте в виде суммы трех положительных чисел так, чтобы два из них были равны между собой, а сумма квадратов этих трёх чисел была наименьшей.

7. Бак цилиндрической формы должен вмещать  $V$  литров воды. Каковы должны быть его размеры, чтобы площадь его поверхности без крышки была наименьшей?

8. Какой наибольший объём может иметь правильная треугольная призма, вписанная в сферу радиуса  $R$ ?

9. Около полушара радиуса  $r$  описан конус так, что центр основания конуса совпадает с центром шара. При какой высоте конуса объём его будет наименьшим?

10. Имеются три сплава. Первый сплав содержит 30% никеля и 70% меди, второй – 20% меди и 80% марганца, третий – 15% никеля, 25% меди и 60% марганца. Из них получили новый сплав, содержащий 40% марганца. Какое наибольшее и какое наименьшее процентное содержание меди может быть в этом сплаве? В ответе укажите модуль разности между этими значениями.

11. Дана функция  $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + a$ . Найдите значение параметра  $a$ , при котором наибольшее значение функции  $f(x)$  на отрезке  $[-1; 2]$  равно 5.

### Примерные задания расчетной работы по теме «Решение уравнений, неравенств и их систем»

1. Определите те значения параметра  $a$ , при которых уравнения  $3ax^2 - 5x + 2a = 0$  и  $2x^2 + ax - 3 = 0$  имеют общий корень.

2. Вычислите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых корни уравнений  $x^2 + \frac{8}{a}x - 2a = 0$  и  $x^2 + \frac{6}{a}x - a = 0$  перемежаются, т.е. между двумя корнями одного уравнения располагается ровно один корень другого.

3. Вычислите все значения параметра, при каждом из которых корни уравнений  $x^2 + \frac{3x}{a} + 2a = 0$  и  $x^2 + \frac{12x}{a} - a = 0$  не перемежаются.

4. Решите систему неравенств  $\begin{cases} x^2 - 4x + 3 + a \leq 0, \\ x^2 - 2x + a - 3 \leq 0 \end{cases}$  в зависимости от параметра  $a$ .

5. Решить систему неравенств  $\begin{cases} x^2 - x - 4 + a \leq 0, \\ x^2 + x - 4 - a \geq 0 \end{cases}$  в зависимости от параметра  $a$ .

6. Определите те значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\sqrt{a+x} = 1+x$  имеет единственное решение.

7. Определите те значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\log_a(\cos^2 x + 1) + \log_a(\cos^2 x + 5) = 1$  имеет хотя бы одно решение?

8. Определите те значения параметра  $a$ , при которых уравнение  $\log_{1-a}(2 - \cos x + \sin \frac{x}{2}) = 2$  имеет решение.

9. При каких  $b$  уравнение  $\cos^2 x - 2(b - 4)\sin x + 4a - 13 = 0$  не имеет решений.

10. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции

$$y = \frac{\sqrt{a+1} - 2\cos 3x + 1}{\sin^2 3x + a + 2\sqrt{a+1} + 2}$$
 содержит отрезок  $[2; 3]$ .

11. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых множество значений функции  $y = \frac{3x + 3 - 2ax}{x^2 + 2(2a + 1)x + 4a^2 + 4a + 2}$  содержит отрезок  $[0; 1]$ .

12. Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых среди значений  $y = \frac{x^2 + 2x - a}{6 + x^2}$  есть ровно одно целое число.

### Примерные задания расчетной работы по теме «Решение стереометрических задач»

6. Рассмотрим правильную четырёхугольную призму  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , диагональное сечение которой—квадрат. Через вершину  $D_1$  и середины рёбер  $AB$  и  $BC$  проведена плоскость. Найти площадь полученного сечения, если  $AB = a$ .
7. Основанием призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  служит равносторонний треугольник  $ABC$ . Вершина  $A_1$  верхнего основания проектируется в центр  $H$  нижнего основания. Определить площадь боковой поверхности призмы, если  $AB = a$  и угол  $A_1 A H = \alpha$ .
8. Основанием пирамиды служит ромб, две боковые грани которого перпендикулярны плоскости основания. Под каким углом наклонены к плоскости основания две другие грани, если площадь боковой поверхности пирамиды вдвое больше площади его основания?
9. Через сторону основания правильной треугольной пирамиды проведена плоскость перпендикулярно противоположному боковому ребру. Сторона основания равна  $a$ , секущая плоскость делит боковое ребро в отношении  $3 : 2$ , считая от вершины пирамиды. Найти боковое ребро и площадь боковой поверхности пирамиды.
10. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ , в котором  $AD = a$ ,  $AB = b$ ,  $AA_1 = c$ . Через вершину  $B_1$  проведена прямая перпендикулярно плоскости  $ACD_1$ . Доказать, что если  $a > b > c$ , то прямая пересекает грань  $ABCD$  в некоторой точке  $M$ . Найти  $B_1 M$ .
11. Дан прямоугольный параллелепипед  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Какое наибольшее значение может принимать угол наклона его диагонали  $BD_1$  к плоскости  $ACD_1$ ?
12. Дан куб  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ . Найти угол между плоскостями  $ABD_1$  и  $B_1 CD_1$ .
13. Дан тетраэдр  $ABCD$ , все плоские углы при вершине  $D$  которого прямые. Точка  $M$ , принадлежащая грани  $ABC$ , одинаково удалена от всех других граней. Найдите  $DM$ , если  $DA = a$ ,  $DB = b$  и  $DC = c$ .
14. Основанием прямой призмы  $ABCA_1 B_1 C_1$  служит треугольник  $ABC$  с прямым углом  $C$ . Из вершины  $C$  проведена прямая перпендикулярно плоскости  $ABC_1$ ,

- пересекающая плоскость  $A_1B_1C_1$  в точке  $M$ . Найдите  $CM$ , если  $CC_1 = 1$ ,  $CA = 2$  и  $CB = 3$ .
15. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды  $NABCD$  образует с основанием угол  $45^\circ$ . Найдите синус угла наклона ребра  $ND$  к плоскости  $ABN$ .
  16. Высота правильной треугольной пирамиды  $SABC$  равна стороне основания и равна  $\sqrt{3}$ . Через вершину  $A$  проведена плоскость перпендикулярно боковому ребру  $SB$ , пересекающая ребро  $SB$  в точке  $N$ . Найдите объём пирамиды  $NABC$ .
  17. Все плоские углы тетраэдра  $ABCD$  при вершине  $D$  прямые. Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AC$  и  $BD$ . Найдите длину отрезка  $MN$  и угол наклона прямой  $MN$  к плоскости  $ABC$ , если  $DA = 1$ ,  $DB = DC = 2$ .
  18. Основанием пирамиды служит ромб со стороной  $a$  и углом  $60^\circ$ . Высота пирамиды равна  $h$ . Двугранные углы при основании пирамиды равны. Найдите радиус сферы, вписанной в пирамиду. Вычислите радиус при  $a = 4$  и  $h = 3$ .
  19. Все плоские углы при вершине  $D$  тетраэдра  $ABCD$  прямые,  $DA=4$ ,  $DB=8$ ,  $DC =12$ . Найдите радиус сферы, вписанной в тетраэдр.
  20. В куб, ребро которого равно  $a$ , вписана сфера. Докажите, что сумма квадратов расстояний от любой точки сферы до вершин куба постоянна. Вычислите эту сумму.
  21. В пирамиде  $SABC$  рёбра  $SA$  и  $BC$  образуют угол  $45^\circ$ ,  $SA=4$ ,  $BC=6\sqrt{2}$ . Найдите наименьшую площадь сечения пирамиды плоскостью, параллельной  $SA$  и  $BC$ .
  22. В пространстве даны три различные плоскости  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  и сфера  $\omega(O, R)$ . Построить сферу, касающуюся данных плоскостей и сферы.
  23. В пространстве даны две плоскости  $\alpha$ ,  $\beta$  и две сферы  $\omega_1(O_1, R_1)$ ,  $\omega_2(O_2, R_2)$ . Построить сферу, касающуюся данных плоскостей и сфер.
  24. В пространстве дана плоскость  $\alpha$  и три различные сферы  $\omega_1(O_1, R_1)$ ,  $\omega_2(O_2, R_2)$  и  $\omega_3(O_3, R_3)$ . Построить сферу, касающуюся данных сфер и плоскости  $\alpha$ .

### Примерные задания расчетной работы по теме «Решение планиметрических задач»

1. Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую из них в отношении  $2 : 1$ , считая от вершины.
2. Доказать, что медианы тетраэдра пересекаются в одной точке и делятся ею в отношении  $3 : 1$ , считая от вершины.
3. Боковые грани правильной шестиугольной призмы—квадраты. Найти величину угла между скрещивающимися диагоналями смежных граней призмы.
4. Построить общий перпендикуляр скрещивающихся диагоналей двух смежных граней куба. Найти расстояние между этими диагоналями, если ребро куба равно  $1$ .
5. Плоские углы трёхгранного угла равны  $a$ ,  $b$  и  $g$ . Найти его двугранные углы (теорема косинусов для трёхгранного угла).
6. Докажите, что отрезки, соединяющие середины противоположных рёбер тетраэдра, пересекаются в одной точке (центроид тетраэдра) и делятся ею пополам.
7. В параллелепипеде  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  грань  $ABCD$  —квадрат со стороной  $a$ , ребро  $AA_1$  также равно  $a$  и образует с рёбрами  $AB$  и  $AD$  углы, равные  $60^\circ$ . Найдите длины диагоналей и площадь диагонального сечения  $ACC_1 A_1$ .
8. Высота правильной четырёхугольной призмы вдвое больше высоты основания. Найдите величину угла между диагональю призмы и не пересекающей её диагональю боковой грани.

9. Дан тетраэдр  $ABCD$  с прямыми плоскими углами при вершине  $D$ . Точки  $M$  и  $N$  — середины рёбер  $AB$  и  $CD$ . Найдите угол между прямыми  $AN$  и  $DM$ , если  $DA = DB = 1$  и  $DC = 2$ .
10. Докажите, что если биссектрисы двух плоских углов трёхгранного угла перпендикулярны, то биссектриса третьего плоского угла перпендикулярна первым двум биссектрисам.
11. Доказать, что площадь трапеции равна произведению длины одной из непараллельных сторон и длины перпендикуляра, опущенного из середины другой боковой стороны на первую.
12. Найти площадь ромба, зная длину  $d$  его большей диагонали и величину  $\alpha$  острого угла при вершине.
13. Определить площадь треугольника, если две стороны  $AB$  и  $BC$ , соответственно, равны 13 см и 15 см, а медиана  $BM$ , проведенная к третьей стороне, равна 6 см.
14. Найти площадь параллелограмма  $ABCD$ , стороны которого  $AB$  и  $AD$  равны соответственно 8 и 5, а угол между диагоналями равен  $\alpha$ .
15. Величина угла между диагоналями параллелограмма  $ABCD$  равна  $60^\circ$ , а длина диагонали  $BD$  равна 5 см. Длина перпендикуляра, проведенного из точки пересечения диагоналей к стороне  $AB$ , равна 1 см. Найти длину стороны  $AB$  и диагонали  $AC$  параллелограмма.
16. Найти площадь трапеции по разности оснований, равной 14 см, двум непараллельным сторонам, равным 13 и 15 см, если известно, что в трапецию можно вписать окружность.
17. На сторонах угла  $\angle ABC$  взяты точки  $M$  и  $N$  так, что  $BM = BN$ . Докажите, что точки  $M$  и  $N$  симметричны относительно прямой, содержащей биссектрису угла  $\angle ABC$ .
18. Докажите, что прямая, содержащая биссектрису любого плоского угла, является его осью симметрии.
19. Докажите, что в равнобедренном треугольнике прямая, содержащая высоту, опущенную из вершины равнобедренного треугольника на основание, является его осью симметрии.
20. Квадраты  $ABCD$  и  $A'EFG$  на плоскости (вершины перечислены против часовой стрелки) имеют общую вершину  $A$ . Доказать, что их центры и середины отрезков  $BG$  и  $DE$  являются вершинами некоторого квадрата (Указание. Использовать формулы поворота с центром в середине отрезка  $BG$  и углом поворота  $90^\circ$ ).
21. Два квадрата  $OABC$  и  $OA_1B_1C_1$  (вершины перечислены в одном направлении) имеют общую вершину  $O$ . Доказать, что отрезки  $AA_1$  и  $CC_1$  равны и взаимно перпендикулярны.
22. Даны два одинаково ориентированных треугольника  $ABC$  и  $AB_1C_1$ . Найти величину угла между прямыми  $BB_1$  и  $CC_1$  и доказать, что  $BB_1 = CC_1$ .
23. На плоскости даны одинаково ориентированные квадраты  $ABCD$ ,  $AB_1C_1D_1$  и  $A_2D_2CD_2$ ; первый квадрат имеет с двумя другими общие вершины  $A$  и  $C$ . Доказать, что медиана  $BM$  треугольника  $BB_1B_2$  перпендикулярна отрезку  $D_1D_2$ .
24. Через центр  $O$  правильного треугольника проведены две прямые, образующие между собой угол в  $60^\circ$ . Докажите, что отрезки этих прямых, заключенные внутри треугольника, равны.

25. Внутри равностороннего треугольника ABC дана точка M такая, что  $AM = 1$ ,  $BM = 3$ ,  $CM = 2$ . Найти длину стороны AB и величины углов  $\angle AMB$  и  $\angle BMC$ .
26. Дан параллелограмм ABCD и точка M. Через точки A, B, C и D проведены прямые, параллельные прямым MC, MD, MA и MB, соответственно. Доказать, что они пересекаются в одной точке.
27. Прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей параллелограмма ABCD, отсекает на его сторонах отрезки BE и DF. Докажите, что эти отрезки равны.
28. Доказать, что в параллелограмме ABCD вершины A и C находятся на одинаковом расстоянии от прямой BD.
29. Отрезок AD разбит точками B и C на три равные части. Доказать, что для любой точки M на плоскости  $AM + DM \geq BM + CM$ . (Указание. Сначала применить центральную симметрию с центром в точке B. При этом точка M перейдет в точку M'. Из треугольника MCM' с учетом того, что  $CM' = MB$ , получаем, что  $MA + MC \geq 2MB$ . Далее использовать центральную симметрию с центром в точке C. Аналогичными рассуждениями из треугольника MDM'' можно получить неравенство  $MB + MD \geq 2MC$ ).
30. Окружность S касается равных сторон AB и BC равнобедренного треугольника ABC в точках P и K, а также касается внутренним образом описанной окружности треугольника ABC. Доказать, что середина отрезка PK является центром вписанной окружности треугольника ABC.

### Примерные вопросы к зачету

1. Алгебраический метод: деятельностный состав, сущность, область применения.
2. Векторный метод: деятельностный состав, сущность, область применения.
3. Координатный метод: деятельностный состав, сущность, область применения.
4. Методы дифференциального исчисления: деятельностный состав, сущность, область применения.
5. Метод геометрических преобразований: деятельностный состав, сущность, область применения.
6. Дробно-рациональные уравнения, неравенства, системы. Классификация. Методы решения.
7. Иррациональные уравнения, неравенства, системы. Классификация. Методы решения.
8. Показательные уравнения, неравенства, системы. Классификация. Методы решения.
9. Логарифмические уравнения, неравенства, системы. Классификация. Методы решения.
10. Тригонометрические уравнения, неравенства, системы. Классификация. Методы решения.
11. Параметр в уравнениях, неравенствах, системах. Общие приемы решения.

#### **5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Основными формами контроля являются устные опросы студентов во время аудиторных занятий, тестирование, заслушивание и оценивание проектов и докладов. Для проведения промежуточного контроля разработаны вопросы к зачету. По текущему

контролю успеваемости необходимо выполнить расчетную работу, написать тест, выполнить проект, успешно выступить с докладом на практическом занятии.

Объектами оценивания выступают:

1. Продукт практической деятельности студента.
2. Процесс практической деятельности студента.

При этом оценивается соответствие усвоенных алгоритмов деятельности заданному стандартному эталону деятельности. Критерии оценки основываются на поэтапном контроле процесса выполнения задания.

3. Усвоенный объем профессионально значимой информации.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов по следующей схеме:

	Оценка по 100-бальной системе
зачтено	81 — 100
	61 — 80
	41 — 60
не зачтено	0 — 40

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (84 баллов), и оценки за зачет (16 баллов)

- 1) Посещение занятий – 1 балл, активность на занятии – 1 балл.  
Всего – 24 балла по числу часов, отводимых на контактную работу.
- 2) Выполнение заданий расчетных работ – 10 баллов.  
Всего – 40 баллов по числу расчетных работ.
- 3) Устный опрос – 2 балла  
Всего 20 баллов по числу практических занятий
- 4) Зачет - 16 баллов

#### ***Критерии оценивания ответов студентов на зачете***

Количество баллов		Критерии оценивания
зачтено	20	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
	10-15	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
не зачтено	3-5	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
	0-2	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач

	(в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
--	---

## 6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 6.1. Основная литература

1. Баврин И.И. Математика: учебник для вузов / И. И. Баврин. - 10е изд., стереотип. - М. : Академия, 2013. - 624с. – Текст: непосредственный.
2. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике: учеб. пособие для вузов. - 11-е изд. / Н.В. Богомолов. - М. : Юрайт, 2012. - 495с. – Текст: непосредственный.
3. Богомолов, Н. В. Практические занятия по математике в 2 ч.: учебное пособие для вузов / Н. В. Богомолов. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 326 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-06894-8. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. —

Часть 1: URL: <https://urait.ru/bcode/451729> (дата обращения: 28.10.2020).

Часть 2 : URL: <https://urait.ru/bcode/451730> (дата обращения: 28.10.2020).

### 6.2. Дополнительная литература

1. Чулков, П.В. Практические занятия по элементарной математике (2-й курс) : учебное пособие / П.В. Чулков. – Москва : Прометей, 2012. – 102 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=437445> (дата обращения: 28.10.2020). – ISBN 978-5-4263-0121-4. – Текст : электронный.
2. Мирошин В.В. Теория и практика решения задач с параметрами [Электронный ресурс].- М.: Экзамен, 2009.- 286 с.- Режим доступа: <http://www.alleng.ru/d/math/math765.htm>
3. Далингер, В. А. Методика обучения стереометрии посредством решения задач : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 370 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09587-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454076> (дата обращения: 28.10.2020).
4. Далингер, В. А. Геометрия: планиметрические задачи на построение : учебное пособие для вузов / В. А. Далингер. — 2-е изд., испр. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 155 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05758-4. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454909> (дата обращения: 28.10.2020).
5. Готман Э.Г. Стереометрические задачи и методы их решения [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Э.Г. Готман — М.:МЦНМО, 2006. — 160 с. Режим доступа: <https://docplayer.ru/44920-E-g-gotman-stereometricheskie-zadachi-i-metody-ih-resheniya.html>
6. Готман Э.Г. Планиметрические задачи и методы их решения [Текст]: учеб. пособие / Э.Г. Готман— М.: Просвещение, 1996. — 240 с.
7. Дорофеев С.Н. Геометрические преобразования в примерах и задачах [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.Н. Дорофеев – Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2002. – 189 с. – Режим доступа: <http://window.edu.ru/resource/856/36856/files/stup082.pdf>

### 6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Российский образовательный портал – <http://www.school.edu.ru/>

2. Электронное научное издание (журнал) «Современные проблемы науки и образования». <http://www.science-education.ru>
3. Российская академия образования. Институт содержания и методов обучения. Центр оценки качества образования // <http://www.centeroko.ru/>
4. Рособрнадзор. Управление оценки качества общего образования. Материалы // [http://obrnadzor.gov.ru/ru/about/structure/education\\_quality](http://obrnadzor.gov.ru/ru/about/structure/education_quality)
5. <http://teacher.fio.ru> – Учитель. ru (Федерация Интернет-образования)
6. <http://www.mcko.ru> – Государственное автономное учреждение города Москвы «Московский центр качества образования»
7. <http://www.metodisty.ru> – профессиональное сообщество педагогов «Методисты»

## **7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы магистрантов
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

## **8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

[fgosvo.ru](http://fgosvo.ru)

[pravo.gov.ru](http://pravo.gov.ru)

[www.edu.ru](http://www.edu.ru)

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

## **9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием;
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.