

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034bff69

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,  
математического анализа и геометрии

Протокол от «9» февраля 2023 г., № 6

Зав. кафедрой Наум /Кондратьева Г. В./

## ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Теория функции действительного и комплексного переменного

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика

Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика

Мытищи  
2023

## Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы<sup>1</sup>

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
<i>ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности</i>	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания<sup>2</sup>

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этапы формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций Уметь: применять теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций для решения задач	Опрос Проверка домашнего задания Контрольная работа	Шкала оценивания опроса Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций Уметь: применять теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций для решения задач Владеть: методами исследования аналитических функций в рамках дисциплины ТФДиКП	Опрос Проверка домашнего задания Контрольная работа Практическая подготовка	Шкала оценивания опроса Шкала оценивания домашнего задания Шкала оценивания контрольной работы

<sup>1</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

<sup>2</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

					ной работы Шкала оцениван ия практиче ской подготов ки
--	--	--	--	--	--

## Описание шкал оценивания

### Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	5
средняя активность на практической подготовке	2
низкая активность на практической подготовке	0

### Шкала оценивания домашнего задания.

Критерии оценивания	Баллы
Решение всех трех примеров из приведенных заданий или решение двух примеров из приведенных заданий, но при условии предоставления черновиков не получившегося задания.	8-10 баллов
Решение двух примеров из приведенных заданий	4-7 баллов
Решение одного примера из приведенных заданий	0-4 балла

### Шкала оценивания опроса.

Критерии оценивания	Баллы
Четкий и логичный ответ на поставленный вопрос по лекционному материалу. Студент безошибочно, самостоятельно решает задачи или доказывает теоремы.	8-10 баллов
Ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «не грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы и небольшими подсказками.	4-7 баллов
Ответ на вопрос по лекционному материалу, в котором студент допускает «грубые» ошибки. Студент решает задачи или доказывает теоремы, но с значительными подсказками.	0-4 балла

### Шкала оценивания контрольных заданий.

Критерии оценивания	Баллы
Решение всех примеров из приведенных заданий	10 баллов
Решение четырех примеров из приведенных заданий	5 баллов
Решение двух примеров из приведенных заданий	2 балла

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

#### Текущий контроль

*ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности*

*Знать: теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-3 на пороговом уровне<sup>3</sup>

#### **Примерные теоретические вопросы к опросу.**

1. Комплексные числа. Свойства, операции над ними.
2. Комплексные числа. Геометрическая интерпретация.
3. Комплексные числа. Модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы.
4. Функции комплексного переменного. (Элементарные функции комплексного переменного.)
5. Функции комплексного переменного (степенная, показательная, тригонометрические функции).
6. Функции комплексного переменного. (Линейная функция.)
7. Функции комплексного переменного. (Дробно-линейная функция.)
8. Дифференцирование функций комплексного переменного. Условия Коши - Римана.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

#### **Примерные теоретические вопросы к опросу.**

1. Аналитическая функция.
2. Счетные множества. Несчетные множества.
3. Эквивалентные множества. Мощность множества. Множества мощности

---

<sup>3</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

континуума.

4. Множество всех подмножеств данного множества.
5. Метрические пространства.
6. Нормированные пространства.
7. Евклидовы пространства.

*Уметь: применять теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций для решения задач*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне<sup>4</sup>

**Задания для практической подготовки:**

1. Построить числа на комплексной плоскости. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $\text{Arg } z$ .

- а)  $z = 4 + 3i$ ;      б)  $z = -2 + 2\sqrt{3}i$ ;      в)  $z = -i$ ;      г)  $z = -1$ ;  
д)  $z = \cos \alpha - i \sin \alpha$  ( $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ ).

2. Представить в тригонометрической и показательной форме

- а)  $z = -2$ ;    б)  $z = 2i$ ;    в)  $z = -1 - i\sqrt{3}$ ;    г)  $z = 1 - \sin \alpha + i \cos \alpha$  ( $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$ )

3. Вычислить

- а)  $(2 - 2i)^7$ ;    б)  $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^8$ ;      в)  $\frac{6e^{-i\frac{\pi}{6}}}{-3 + \sqrt{3}i}$ ;      г)  $\frac{i^7}{e^{-i\frac{\pi}{2}}}$

4. Вычислить сумму токов  $I = 6e^{i\frac{\pi}{3}} + 3e^{-i\pi}$

5. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$ ,  $\text{Arg } z$ . Построить на плоскости

- а)  $z = 2e^{i\frac{\pi}{2}}$ ;      б)  $z = \frac{1}{2e^{i\frac{\pi}{6}}}$ ;      в)  $z = \frac{1}{e^{i\pi}}$ ;      г)  $z = 3e^{2i\pi}$

---

<sup>4</sup> Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

6. Вычислите

а)  $\sqrt[4]{-1}$ ;

б)  $\sqrt[3]{-1+i}$ ;

в)  $\sqrt{2-2\sqrt{3}i}$ ;

г) (доп)  $\sqrt[5]{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6}-i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

7. Построить на плоскости

а)  $0 \leq \operatorname{Im} z \leq 1$ ;

б)  $\begin{cases} -3 \leq \operatorname{Re} z \leq 1 \\ -1 \leq \operatorname{Im} z \leq 3 \end{cases}$ ;

в)  $\frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{\pi}{2}$ ;

г)  $|z|=2$ ;

д)  $|z-5i|=8$ ;

е)  $|z-1-i| \leq 4$ .

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

**Задания для практической подготовки:**

1. Найти все значения  $z$

а)  $(x-iy)(a-ib)=i^5$  ( $|a| \neq |b|$ );

б)  $z^* = z^2$

2. Найти действительные решения уравнения

$$(3x-i)(2+i) + (x-iy)(1+2i) = 5+6i$$

3. Построить числа на комплексной плоскости. Найти  $|z|$ ,  $\arg z$

а)  $z = -7 - i$ ;

б)  $z = -\cos\frac{\pi}{5} + i\sin\frac{\pi}{5}$

4. Представить в тригонометрической и показательной форме

а)  $z = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$ ;

б)  $z = -i$ ;

в)  $z = 1 - i\sqrt{3}$

5. Вычислить. Ответ представить в алгебраической форме.

а)  $(2-2i)^2 \cdot e^{i\frac{\pi}{4}}$ ;

отв:  $4\sqrt{2} - i4\sqrt{2}$

б)  $\frac{e^{i\pi}}{(1+i)^8}$ ;

отв:  $-\frac{1}{16}$

в)  $\frac{\sqrt{3}+i}{-3+\sqrt{3}i}$ ;

отв:  $-\frac{1+i\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}$

г)  $2 \cdot i^3 e^{i\frac{5\pi}{3}}$ .

отв:  $-\frac{\sqrt{3}+i}{2}$

6. Вычислить

а)  $\sqrt{i}$ ;

б)  $\sqrt[3]{i}$ ;

в)  $\sqrt[4]{-i}$ ;

г)  $\sqrt[5]{\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)}$

7. Построить на плоскости

а)  $2 \leq |z| \leq 3, \frac{\pi}{8} < \arg z < \frac{4\pi}{3}$ ;

б)  $1 \leq |z + 2 + i| \leq 2$ ;

в)  $\operatorname{Im}(\overline{z^2 - z}) = 2 - \operatorname{Im} z$

*Владеть: методами исследования аналитических функций в рамках дисциплины ТФДиКП*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

### **Примеры домашнего задания.**

1. Вычислить контурный интеграл, используя интегральную теорему Коши.
2. Вычислить контурный интеграл, используя интегральную формулу Коши.
3. Разложить функцию в ряд Тейлора в круге сходимости.
4. Доказать равенство:  $(A \cup B) \setminus C = (A \setminus C) \cup (B \setminus C)$
5. Существует ли функция  $f \in C([a, b]) : [a, b] \xrightarrow[\text{в.о.с.}]{f} [0, 11] \cup [20, 21]$ ?
6. Установить в.о.с. между замкнутым единичным кругом с 10 выколотыми точками и открытым единичным кругом с 5 выколотыми точками.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

### **Примерные задания для контрольной работы.**

#### **Контрольная работа 1**

1. Найти сумму, разность, произведение и частное двух комплексных чисел. Изобразить результаты на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.
2. Решить квадратные уравнения с комплексными коэффициентами и комплексным дискриминантом в комплексной плоскости. Корни уравнений изобразить на комплексной плоскости. Найти их модули и аргументы.
3. Вычислить логарифмы комплексных чисел и каждый результат изобразить на



комплексной плоскости.

4. С помощью формул Эйлера доказать тригонометрические формулы приведения школьной математики

### **Контрольная работа 2**

1. Пусть  $E = \{(x, y) \in (\mathbf{J} \cap [-1, 2]) \times (\mathbf{J} \cap [-1, 2])\} \subset \mathbf{R}^1$ ,  $\mathbf{J}$  - иррациональные числа,  $\mathbf{J} \subset \mathbf{R}^1$

Найти  $FrE$ ,  $\bar{E}$ ,  $E'$ ,  $\text{int } E$ ,  $FrCE$ ,  $\overline{CE}$ ,  $\text{int } CE$ ,  $(CE)'$ , если  $CE = S \setminus E$ ,  $S = [-1, 2] \times [-1, 2]$ .

2. Найти в канторовом множестве какую-либо точку второго рода, заключенную между десятичными дробями: 0.001 и 0.025.

3. Доказать, что объединение конечного числа попарно не пересекающихся множеств мощности  $\aleph_1$  имеет мощность  $\aleph_1$ .

### Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен квалифицированно толковать правовые акты, в том числе в ситуациях наличия пробелов и коллизий норм прав

*Знать: теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций*

*Уметь: применять теорию комплексных и действительных чисел и аналитических функций для решения задач*

*Владеть: методами исследования аналитических функций в рамках дисциплины ТФДиКП*

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

### **Примерные теоретические вопросы к зачёту.**

1. Комплексные числа и действия над ними
2. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Модуль и аргумент
3. Тригонометрическая форма комплексного числа
4. Показательная форма комплексного числа
5. Извлечение корня n-ой степени из комплексного числа
6. Аналитические функции комплексного переменного. Условие Коши-Римана
7. Сопряженные гармонические функции
8. Линейная функция.
9. Дробно-линейная функция
10. Показательная и логарифмическая функция
11. Тригонометрическая функция
12. Обратные тригонометрические функции
13. Интеграл функции комплексного переменного

14. Интегральная формула Коши
15. Ряд Тейлора
16. Ряд Лорана
17. Понятие множества. Операции над множествами.
18. Эквивалентные множества. Определение. Примеры эквивалентных множеств. Теорема о том, что всякое бесконечное множество эквивалентно своему истинному подмножеству.
19. Счетные множества. Определение. Примеры. Счетность множества рациональных чисел. Свойства счетных множеств.
20. Счетные множества. Определение. Доказательство счетности множества всех многочленов с целыми коэффициентами и множества алгебраических чисел.
21. Несчетные множества. Определение. Теорема о несчетности множества точек сегмента  $[0,1]$ . Существование иррациональных и трансцендентных чисел.
22. Понятие мощности множества. Сравнение мощностей. Аксиома выбора.
23. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств данного множества.
24. Понятие мощности множества. Теорема о мощности множества всех подмножеств натурального ряда. Теорема Кантора - Бернштейна (б/д) и ее следствие (с доказательством).

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций<sup>5</sup>

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 80 баллов.

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: устный опрос, домашнее задание, контрольная работа практическая подготовка.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение домашнего задания обучающийся может набрать максимально 25 баллов.

За выполнение контрольной работы обучающийся может набрать максимально - 25 баллов

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля.

---

<sup>5</sup> Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет выносится материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

### **Шкала оценивания ответов студентов на зачете**

Количество баллов	Критерии оценивания
20	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
10	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
5	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

### **Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины**

Итоговая оценка по дисциплине выставляется по приведенной ниже шкале. При выставлении итоговой оценки преподавателем учитывается работа обучающегося в течение освоения дисциплины, а также оценка по промежуточной аттестации.

Количество баллов	Оценка по традиционной шкале
81-100	Зачтено
61-80	Зачтено
41-60	Зачтено
0-40	Не зачтено