МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра вычислительной математики и методики преподавания информатики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «20» мая 2020 г., № 10
Зав. кафедрой_______________/ Шевчук М.В./

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине
Математическая логика

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль
Информатика

Мытищи
2020

Авторы - составители:

Белова Марина Александровна,
старший преподаватель кафедры вычислительной математики и методики преподавания информатики МГОУ.

Рабочая программа дисциплины «Математическая логика» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Информатика» утвержденная приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.09.18 № 121

Дисциплина входит в обязательную часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.

Изучение дисциплины «Математическая логика» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции:

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК–8 «Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оценив аемые компете нции	Уровень сформиро ванности	Этап формирования	Описание показателей	Критери и оцениван ия	Шкал а Оцени вания
ОПК-8	Пороговы й	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	• *Знает:* - основные понятия, определения, правила, теоремы и проблемы математической логики • *Умеет:* - решать задачи школьного курса математики и информатики; • *Владеет:* - основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметной области.	Текущий контроль: домашняя работа, конспект, посещение и работа на лекциях и практических занятиях, экзамен	41-60
	Продвину тый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	• *Знает:* - основные понятия, определения, правила, теоремы и проблемы математической логики - современные концепции, теории, законы и методы в области математической логики перспективные направления развития современной науки; • *Умеет:* - решать задачи школьного курса математики и	Текущий контроль: домашняя работа, конспект, посещение и работа на лекциях и практических	61-100

			информатики; - профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; • *Владеет:* - основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметной области.	занятиях, экзамен	

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примеры тестовых заданий для текущего контроля

1. Элементарные высказывания – это предложения :
   a. в которых содержится одно утверждение,
   b. в которых содержится одно высказывание,
   c. в которых содержится одно утверждение и высказывание,
2. Предложения, составленные из несколько простых называются:
   a. сложными
   b. составными
   c. сложенными
3. Отрицанием высказывания A называется такое высказывание, которое
   a. истинно, когда A истинно, и ложно, когда A ложно.
   b. истинно, когда A ложно, и ложно, когда A истинно.
4. Логическая операция с помощью которой из высказываний A и B получают высказывание «A и B» называется
   a. конъюнкцией
   b. дизъюнкцией
   c. импликацией
   d. эквиваленцией
5. Логическая операция с помощью которой из высказываний A и B получают высказывание «если A, то B» называется
   a. конъюнкцией
   b. дизъюнкцией
   c. импликацией
   d. эквиваленцией
6. Логическая операция с помощью которой из высказываний A и B получают высказывание «A тогда и только тогда, когда B» называется
   a. конъюнкцией
   b. дизъюнкцией

c. импликацией
d. эквиваленцией

6. Запишите отрицания следующих высказываний:

а) 2 + 5=8 ____________________________

б) 3 > 5 ____________________________

в) $a \in A$. ____________________________

8. Запишите конъюнкцию и дизъюнкцию, импликацию и эквиваленцию высказываний А – «24 делится на 8» и В – «24 делится на 4». Определите истинность составных высказываний *(заполните таблицу)*.

Операция	Составное высказывание	Значение истинности
Конъюнкция		
Дизъюнкция		
Импликация		
Эквиваленция		

9. Конечную последовательность букв, знаков операций и скобок, выражающую логическую структуру высказывания, называют

a. структурой логики высказываний
b. формулой логики высказываний
c. корпусом логики высказываний

10. Для уменьшения количества скобок и сокращения записи принят следующий порядок выполнения операций (*запишите номер в первом столбце*):

Порядок выполнения операции	Операция
	конъюнкция
	отрицание
	импликация
	дизъюнкция
	эквиваленция

10. Найдите значения логических выражений (установите соответствие с помощью стрелок.

a. $(1 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;
b. $((1 \vee 0) \vee 1) \vee 1$;
c. $(0 \vee 1) \vee (1 \vee 0)$;
d. $(0 \wedge 1) \wedge 1$;
e. $1 \wedge (1 \wedge 1) \wedge 1$;
f. $((1 \vee 0) \wedge (1 \wedge 1)) \wedge (0 \vee 1)$;
g. $((1 \wedge 0) \vee (1 \wedge 0)) \vee 1$;
h. $((1 \wedge 1) \vee 0) \wedge (0 \vee 1)$;
i. $((0 \wedge 0) \vee 0) \wedge (1 \vee 1)$.

ИСТИНА

ЛОЖЬ

11. Укажите верное тождество

a. $X \vee \overline{X} = 1$;

b. X∨X∨X∨X∨X∨X=1;
c. X∧X∧X∧X∧X=X.

12. Упростите следующее выражение

$(A \wedge B \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge \overline{A}) \vee (B \wedge C \wedge \overline{C})$

Ответ: ________________________

Пример задания для подготовки конспекта

Тема 1 Алгебра высказываний

Задание. Подготовить конспект по теме «Булевы функции»

Вопросы:

1. Множества, отношения, функции.
   1.1. Понятие множества.
   1.2. Включение и равенство множеств.
   1.3. Операции над множествами.
   1.4. Бинарные отношения и функции.
   1.5. Понятие *n*-арного отношения.
2. Булевы функции от одного и двух аргументов.
   2.1. Происхождение Булевых функций.
   2.2. Булевы функции от одного аргумента.
   2.3. Булевы функции от двух аргументов.
   2.4. Свойства дизъюнкции, конъюнкции и отрицания.
   2.5. Свойства эквивалентности, импликации и отрицания.
   2.6. Выражение одних Булевых функций через другие.

Литература:

Математическая логика: Учебное пособие / Игошин В.И. - М.:НИЦ ИНФРА-М, 2017. - 398 с. URL: http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=543156 .

Пример домашнего задания

Тема. Алгебра высказываний

1. Покажите справедливость формул: а) $\overline{A \wedge B} \equiv \overline{A} \vee \overline{B}$; б) $\overline{A \vee B} \equiv \overline{A} \wedge \overline{B}$; в) $A \Rightarrow B \equiv \overline{A} \vee B$ г) $A \Leftrightarrow B \equiv (A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$.

2. Найдите значения логических выражений.

а) (1∨1) ∨ (1∨0);	г) (0 ∧1) ∧1;	ж) ((1∧0) ∨ (1∧0)) ∨1;
б) ((1∨0) ∨1) ∨1;	д) 1∧ (1∧1) ∧1;	з) ((1∧1) ∨0) ∧ (0∨1);
в) (0∨1) ∨ (1∨0);	е) ((1∨0) ∧ (1∧1)) ∧ (0∨1);	и) ((0∧0) ∨0) ∧ (1∨1).

3. Какое тождество записано неверно: а) $X \vee \overline{X} = 1$; 2)X∨X∨X∨X∨X∨X=1; 3) X∧X∧X∧X∧X=X ?

4. Определите, каким законам алгебры чисел (сочетательному; переместительному; распределительному; аналога нет) соответствуют

следующие логические тождества: а) $A \vee B = B \vee A$; б) $(A \wedge B) \wedge C = A \wedge (B \wedge C)$; в)$A \vee (B \wedge C) = (A \vee B) \wedge (A \vee C)$; г) $(A \vee B) \wedge C = (A \wedge C) \vee (B \wedge C)$.

4. Составное высказывание называется тождественно-ложным, если оно принимает значения «Ложь» на всех наборах входящих в него простых высказываний. Упростите следующее выражение и покажите, что оно тождественно-ложное. $(A \wedge B \wedge \overline{B}) \vee (A \wedge \overline{A}) \vee (B \wedge C \wedge \overline{C})$.

Пример заданий практических занятий

Тема Кванторы общности и существования

Студент должен:

знать:

- определения понятия кванторов;
- правила применения кванторов общности и существования;

уметь:

- анализировать кванторы в высказывания;
- применять кванторы общности и существования.

Краткие теоретические сведения

Выражение «для всех x» («для любого x», «для всякого x») называется *квантором общности (всеобщности)* и обозначается символом $\forall x$.

Выражение «существует x» («для некоторых x», «найдется x») называется *квантором существования* и обозначается символом $\exists x$.

Приписывание (спереди) к предикату квантора общности или существования называется операцией *навешивания квантора* или *связывания квантором,* а переменная x при этом называется *связанной* переменной.

Высказывание «Для всех x выполняется предикат $P(x)$» будем записывать при помощи символов $\forall x\ P(x)$.

Высказывание «Существует такое x, что выполняется предикат $P(x)$» записывается $\exists x P(x)$.

Кроме кванторов общности и существования в математике для сокращения записей часто используют квантор существования и единственности. Обозначают его символом $\exists! x$.

Предложение «Существует точно один x, обладающий свойством $P(x)$» записывается следующим образом: $\exists! x P(x)$.

Высказывание $\overline{\forall x\ P(x)}$. Оно означает, что «Не для всех x выполняется свойство P». Это высказывание понимается так: «Существует x (хотя бы один), для которого не выполняется свойство P». Последнее высказывание можно записать с помощью квантора $\exists x P(x)$.

Следовательно, имеет место равносильность $\overline{\forall x\ P(x)} \equiv \exists x \overline{P(x)}$.

Высказывание $\overline{\exists x P(x)}$ означает, что «Не существует x, для которых выполняется свойство P». Это высказывание равносильно следующему: «Для всех x не выполняется свойство P». Последнее высказывание можно записать в символах $\forall x\ P(x)$.

Таким образом, имеем равносильность $\overline{\exists x P(x)} \equiv \forall x\ \overline{P(x)}$

Правило. При отрицании высказывания с квантором, квантор общности меняется на квантор существования и наоборот, а знак отрицания переносится на выражение, стоящее под знаком квантора.

Задания

1. Какие кванторы содержат следующие высказывания: а) все деревья являются растениями; б) существуют четные числа; в) в любом треугольнике сумма длин двух сторон больше длины третьей стороны; г) любое натуральное число является целым; д) существуют однозначные числа; е) найдется такое число действительное число, которое больше 3; ж) хотя бы одно из чисел второго десятка делится на 3.

2. Прочитайте следующие высказывания: а) $(\forall x\in N)\ x>0$; б)$(\exists x\in N)\ x \vdots 2$; в) $(\forall a,b\in N)$ a+b=b+a;г)$(\forall x\in N)(\exists d \in N)\ x \vdots d$.

3. Даны двухместные предикаты: P (a, b): «сумма двух чисел a и b не меньше a »; Q (a, b): «произведение двух чисел a и b не меньше a»;. Сформулируйте высказывания, имеющие следующую структуру:
а) $(\forall a,b\in N)$ P (a, b); б) $(\forall a\in Z)(\exists b \in N)$ P (a, b); в) $(\forall b\in Z)(\exists a \in N)$ P (a, b); г) $(\exists a,b\in N)$ Q (a, b); д) $(\forall a\in Z)(\exists b \in N)$ Q (a, b); е) $(\forall b\in Z)(\exists a \in N)$ Q (a, b).

4. Даны предикаты: А (x): «число x является целым»; В (x): «треугольник x равнобедренный», С (y): «число x является положительным». Образуйте из них всевозможные высказывания при помощи слов «всякий» («любой», «каждый») или «найдется» («существует», «некоторые», «хотя бы один»).

5. Выявите логическую структуру следующих высказываний:

а) для некоторых натуральных значений y верно равенство 4-y=4+y;

б) при любом действительном числе x верно неравенства |x|>0;

в) существует натуральное число, кратное 5;

г) некоторые четырехугольники являются прямоугольниками;

д) всякое число делится само на себя;

е) для любого значения x найдется такое значение y, что 3x-2=y+1;

ж) существуют такие натуральные числа a и b, что ab= 12;

з) для любых действительных чисел x и y существует такое действительное число z, что $x < z < y$.

6. Сформулируйте каждое из следующих высказываний в виде конъюнкции и найдите их значения истинности:

а) каждое из чисел 2, 3, 4 удовлетворяет неравенству $x \le 4$;

б) все элементы множества X = {l, 2, 3, 4, 8, 12, 16} являются делителями числа 16;

в) любой треугольник содержит два острых угла;

г) корни уравнений x^2=3 и x^2=4 являются рациональными числами;

7. Сформулируйте каждое из следующих высказываний в виде дизъюнкции и найдите их значения истинности:

а) некоторые числа их множества X = {11, 12, 13, 14, 15}, кратны 3;

б) хотя бы одно из чисел 1, -1, 3, -3 является корнем уравнения (x-1)(x+3) = 0;

в) некоторые числа из множества X={1; 0; -2,5; 1,(3)}являются отрицательными рациональными числами;

г) существует двузначное натуральное число, являющееся решением уравнения $x^2 = 121$ и x-6=5.

8. Какие из следующих высказываний равносильны конъюнкции, а какие – дизъюнкции высказываний?

а) Все дни октября были дождливыми;

б) некоторые натуральные числа меньше 5;

в) существуют нечетные числа;

г) любой треугольник является прямоугольным;

д) всякий равносторонний треугольник является равнобедренным;

е) найдутся прямоугольники, которые являются ромбами;;

ж) хотя бы одно из чисел 4, 6, 8, 9 является квадратом целого числа.

з) найдется треугольники, в которых хотя бы одна сторона является высотой.

Список вопросов к экзамену в 3 семестре

1. Высказывания. Логические операции. Отрицание. Дизъюнкция. Конъюнкция. Импликация. Таблицы истинности.
2. Понятие формулы алгебры высказываний. Равносильность формул.
3. Доказательство базовых равносильностей.
4. Закон двойственности.
5. Теорема о тождественной истинности сумы.
6. Теорема о тождественной истинности элементарной суммы.
7. Теорема о тождественной ложности элементарного произведения.
8. Совершенные нормальные формы.
9. Теорема о существовании и единственности совершенной нормальной формы.
10. Прямая и обратная теоремы, противоположная и обратная к противоположной теоремы.
11. Методы математических доказательств.
12. Применение алгебры высказываний к описанию релейно-контактных схем
13. Общее определение формулы. Определение выводимых формул.
14. Теорема дедукции.
15. Правила исчисления высказываний.
16. Аксиомы и правила вывода.
17. Связь между формулам и алгебры высказываний и исчисления высказываний.
18. Непротиворечивость исчисления высказываний.
19. Полнота исчисления высказываний.
20. Независимость аксиом исчисления высказываний.
21. Понятие предиката. Кванторы.

22. Формулы логики предикатов. Истинностные значения формул.
23. Равносильность.
24. Предваренная нормальная форма.
25. Общезначимость и выполнимость формул. Свойства.
26. Проблема разрешения для общезначимости и выполнимости, неразрешимость ее в общем случае.
27. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицательных предложений.
28. Формулы исчисления предикатов.
29. Аксиомы исчисления предикатов.
30. Правила образования выводимых формул.
31. Теоремы и формулы исчисления предикатов.
32. Теорема дедукции.
33. Проблемы непротиворечивости, полноты, разрешимости теорий.
34. Непротиворечивость исчисления предикатов.
35. Интерпретация языка теории.
36. Истинностные значения формул в интерпретации.
37. Модель теории. Изоморфизм. Категоричность теории.
38. Теория полноты.
39. Теория натуральных чисел. Язык. Специальные аксиомы.
40. Теорема Геделя о неполноте.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно-рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам

Оценка по 5-балльной системе		Оценка по 100-балльной системе
5	отлично	81 – 100
4	хорошо	61 - 80
3	удовлетворительно	41 - 60
2	неудовлетворительно	21 - 40
1	необходимо повторное изучение	0 - 20

В зачетно-экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по пятибалльной шкале и рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на зачёте неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (<40 баллов), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Общее количество баллов по дисциплине - 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать в течение семестра за посещаемость, выполнение лабораторных, домашних работ и т.д. – 80 баллов.

Учет посещаемости и работы на лекционных и лабораторных занятиях – до 2 баллов за каждое занятие. Максимальный балл – 40 баллов

Учет результатов самостоятельной работы:

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать за выполнение домашних работ составляет 30 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать за выполнение конспектов составляет 10 баллов

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет 20 баллов.

Критерии и шкала оценивания конспекта

Критерий	Баллы
Текст конспекта логически выстроен и точно изложен, ясен весь ход рассуждения	0,5
Даны ответы на все поставленные вопросы, изложены научным языком, с применением терминологии	0,5
Ответ на каждый вопрос заканчиваться выводом, сокращения слов в тексте отсутствуют (или использованы общепринятые)	0,5
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	0,5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 1 балла;

Продвинутый уровень – 1,5-2 балла.

Критерии и шкала оценивания работы студентов на лекциях и практических занятиях

Шкала	Показатели степени обученности
0,5 балл	Присутствовал на занятии, слушал, смотрел, записывал под диктовку, переписывал с доски и т.п. Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
1 балла	Запомнил большую часть текста, правил, определений,

	формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
1,5 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
2 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.

Шкала оценивания домашней работы

Показатель	Отметка, балл
Выполнено до 80% заданий	1
Выполнено более 81% заданий	2

Требования к экзамену:

К экзамену допускаются студенты, отчитавшиеся по практическим занятиям по математической логике. На экзамен выносится материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических занятиях. Обязательным требованием является умение составлять план решения задач и четко выполнять его («быстро» выполнить задание в присутствии преподавателя). Предварительно студенты знакомятся с программой курса и содержанием вопросов, а также с набором элементарных задач, которые предлагаются на экзамене. На экзамене дается задача и два теоретических вопроса. При ответах рекомендуется сначала отчитаться по задаче, а затем - по теоретическим вопросам.

Шкала	Показатели степени облученности
0-4 баллов	Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.
5-8 баллов	Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.
9-12 баллов	Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.
13-16 балла	Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и применяет ее на практике легко и не особенно задумываясь. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет
17-20	Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.