

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

Согласовано управлением организации и
контроля качества образовательной
деятельности

« 08 » _____ 2020 г.
Начальник управления _____
/М.А. Миненкова /

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 10 » _____ 2020 г. № 02
Председатель _____



Рабочая программа дисциплины
Числовые системы

Направление подготовки
44.04.01 Педагогическое образование

Программа подготовки:
Математическое образование

Квалификация
Магистр

Формы обучения
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета

Протокол « 01 » _____ 2020 г. № 10
Председатель УМКом _____
/Н.Н. Барабанова/

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Протокол от « 01 » _____ 2020 г. № 11
Зав. кафедрой _____
/М.М. Рассудовская/

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Забелина С. Б. кандидат педагогических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Числовые системы» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.04.01 Педагогическое образование, утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ России от 22.02.2018 г. № 126.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки (по учебному плану) 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программ.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся....	6
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине.....	8
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	21
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	22
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине.....	22
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	22

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Целью освоения дисциплины «Числовые системы» является формирование фундаментальных знаний в области аксиоматического построения математической теории числовых систем.

Задачи дисциплины:

- сформировать систематизированные знания об основных числовых системах;
- сформировать осознанные представления о роли и месте линии числа в развитии математической науки;
- дать представление о системе кватернионов и показать завершенность всей теории числовых систем, как алгебр с делением.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения дисциплины у обучающегося будут сформированы следующие компетенции:

СПК-2. Способен к преподаванию учебных курсов, дисциплин (модулей) по образовательным программам в образовательных организациях соответствующего уровня образования;

СПК-6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Числовые системы» используются знания, умения, способы деятельности и установки, сформированные в ходе изучения дисциплин «Высшая алгебра», «Математический анализ» на предыдущих уровнях образования, а также в рамках данной программы «Дополнительные главы алгебры и теории чисел», «Дополнительные главы математического анализа и геометрии».

Изучение учебной дисциплины «Числовые системы» служит основой для освоения таких дисциплин, как «Избранные вопросы математического анализа», «Основные структуры современной алгебры», «Избранные вопросы алгебры и теории чисел».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3
Объем дисциплины в часах	108
Контактная работа:	18,2
Лекции	4
Практические занятия	14
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,2
Зачет	0,2
Самостоятельная работа	82
Контроль	7,8

Форма промежуточной аттестации: зачет во 2 семестре на 1 курсе.

3.2.Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
<i>Тема 1. Аксиоматическая теория натуральных чисел (система Пеано).</i> Основные следствия этой системы аксиом: алгебраические операции и основные свойства натуральных чисел, отношение порядка и свойства системы натуральных чисел как упорядоченной системы. Проблемы полноты, независимости и непротиворечивости системы аксиом.	1	2
<i>Тема 2. Аксиоматическая теория системы целых чисел</i> Аксиоматическая теория системы целых чисел, как алгебраического расширения системы натуральных. Основные следствия такого определения. Проблема независимости, непротиворечивости и полноты аксиоматического определения.		3
<i>Тема 3. Система рациональных чисел</i> Система рациональных чисел как простое алгебраическое расширение системы целых чисел. Основные следствия аксиоматического определения: представление дробями, деление на положительные и отрицательные числа, отношение порядка, основные свойства этого отношения, представление в позиционных системах счисления. Проблема корректности определения системы рациональных чисел.	1	3
<i>Тема 4. Система действительных чисел</i> Система действительных чисел, как непрерывно упорядоченное расширение системы рациональных чисел. Основные следствия такого определения: действительные числа как Дедекиндовы сечения упорядоченного множества рациональных чисел. Позиционное представление действительного числа.	1	3
<i>Тема 5. Система комплексных чисел</i> Система комплексных чисел как простое алгебраическое расширение системы действительных чисел. Представления комплексных чисел. Система комплексных чисел как Теория чисел ранга 2 с делением.	1	1
<i>Тема 6. Обобщение определения комплексных чисел</i> Обобщение определения комплексных чисел как алгебры с делением. Теорема Фробениуса. Алгебра с делением ранга 4 – система кватернионов.		2
Итого	4	14

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности

Тема 1. Аксиоматические теории	1.Аксиоматический метод построения дедуктивных теорий 2.Отношения эквивалентности. Факторизация множества. 3. Отношения порядка.	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Доклад
Тема 2. Алгебры.	1.Алгебра как алгебраическая система. 2.Упорядоченные алгебры. 3.Изоморфные алгебры.	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Доклад
Тема 3. Общие принципы построения числовых систем.	1.Математические задачи, определившие переход от полукольца натуральных чисел к кольцу целых, а затем – к полю рациональных чисел. 2.Математические задачи, решение которых потребовало расширения поля рациональных чисел до поля действительных чисел. 3.Математические задачи, решение которых потребовало построения поля комплексных чисел как расширения поля действительных чисел.	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Доклад
Тема 4. Теория натуральных чисел.	1.Непротиворечивость, полнота и независимость аксиом Пеано. 2.Операции сложения и умножения и их свойства. 3. Порядок на множестве натуральных чисел. 4. Свойство дискретности множества натуральных чисел. 5.Принцип наименьшего числа. 6. Категоричность теории Пеано. 7. Различные формы метода математической индукции.	12	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Реферат, доклад, расчетная работа

Тема 5. Теория целых чисел.	1. Симметризация множества натуральных чисел. 2. Теорема о строении множества целых чисел. 3. Теорема о представлении целого числа в виде разности натуральных чисел. 4. Построение кольца Z с помощью теоремы о продолжении изоморфизма. 5. Строение упорядоченного кольца целых чисел. 6. Категоричность теории целых чисел	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Реферат, доклад
Тема 6. Теория рациональных чисел.	1. Строение множества рациональных чисел. 2. Поле классов дробей. 3. Построение поля Q с помощью теоремы о продолжении изоморфизма. 4. Строение упорядоченного поля рациональных чисел. 5. Теорема о категоричности теории рациональных чисел	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Реферат, доклад
Тема 7. Теория действительных чисел.	1. Задача заполнения числовой прямой. 2. Фундаментальные последовательности рациональных чисел. 3. Построение поля классов фундаментальных последовательностей рациональных чисел. 4. Построение поля R с помощью теоремы о продолжении изоморфизма. 5. Теорема о категоричности теории действительных чисел.	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Реферат, доклад
Тема 8. Теория комплексных чисел.	1. Определение системы комплексных чисел. 2. Аксиоматическое построение поля комплексных чисел. 3. Линейные алгебры с делением над полем действительных чисел. 4. Теорема Фробениуса. 5. Алгебра с делением ранга 4 – система кватернионов.	10	Работа с литературой.	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Реферат, доклад
Итого		82			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
СПК-2. Способен к преподаванию учебных курсов, дисциплин (модулей) по образовательным программам в образовательных организациях соответствующего уровня образования	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
СПК-6. Способен самостоятельно осуществлять научное исследование и применять его результаты при решении конкретных научно-исследовательских задач	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
СПК - 6	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: общие цели и принципы построения основных числовых систем и их отражение при разработке учебно-методического обеспечения учебного курса математики в средней школе Уметь: разрабатывать учебно-методическое обеспечение учебных курсов, связанных с изучением числа	Устный опрос, конспект, доклад, расчетная работа	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания доклада
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоя-	Знать: общие цели и принципы построения основных числовых систем и их отражение при	Устный опрос, конспект, доклад, расчетная	Шкала оценивания устного

		тельная работа	разработке учебно-методического обеспечения учебного курса математики в средней школе, принцип расширения и его реализацию при построении конкретных числовых систем в образовательном процессе. Уметь: выполнять построения упорядоченного полукольца натуральных чисел, упорядоченного кольца целых чисел, упорядоченного поля рациональных чисел, непрерывного поля действительных чисел, поля комплексных чисел, разрабатывать учебно-методическое обеспечение учебных курсов, связанных с изучением числа применять современные образовательные технологии для демонстрации идей расширения числовых множеств Владеть: навыками вычислительной культуры	работа, реферат	опроса Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания доклада Шкала оценивания реферата
СПК-2	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: основные особенности разработки учебных программ элективных курсов, связанных с числовыми системами Уметь: доказывать математические утверждения предметной области: выделять главные смысловые аспекты в доказательстве; строить простые математические модели, определять цель задачи, выбирать метод решения, проводить анализ решения, делать практические выводы и обобщения реализовывать исследовательские проекты в предметной области	Устный опрос, конспект, доклад, расчетная работа	Шкала оценивания устного опроса Шкала оценивания расчетной работы Шкала оценивания конспекта Шкала оценивания доклада

	Продви- нутый	1.Работа на учебных за- нятиях 2.Самостоя- тельная ра- бота	Знать: формы организации самостоятельной работы обучающихся основные особенности разработки учебных программ базовых и элективных курсов, свя- занных с числовыми системами Уметь: доказывать математические утверждения предметной области: распознавать и анализировать ошибки в рассуждениях Владеть: навыками организации и мониторинга самостоятельной работы обучающихся по программам бакалавриата, специалитета, магистратуры и ДПП	Устный опрос, конспект, доклад, расчетная работа, реферат	Шкала оцениван ия устного опроса Шкала оцениван ия рас- четной работы Шкала оцениван ия конспект а Шкала оцениван ия доклада Шкала оцениван ия реферата
--	------------------	--	--	--	---

Шкала оценивания устного опроса

Если студент излагает материал последовательно и грамотно, делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 2 балла.

Если студент излагает материал неполно, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, при этом студент делает необходимые обобщения и выводы, то ему выставляется 1 балл.

Если студент не раскрывает основного содержания учебного материала, демонстрирует незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допускает ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые им не исправляются после нескольких замечаний преподавателя, то ему выставляется 0 баллов.

Шкала оценивания расчетной работы

Если студент правильно решил все задания и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 10 баллов.

Если студент правильно решил все задания, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 9-7 баллов (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил 60% - 80% всех заданий, но не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 6 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал полученные результаты, то ему выставляется 5 баллов.

Если студент правильно решил 50% всех заданий и обосновал не все полученные результаты, то ему выставляется 4-1 балл (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 1 балл.

Если студент правильно решил менее 50% всех заданий и не смог обосновать полученные результаты, то ему выставляется 0 баллов.

Шкала оценивания конспекта

Баллы	Критерии
2	Текст работы логически выстроен и математически грамотно изложен, ясен весь ход рассуждения. Имеются ответы на все поставленные вопросы, и они изложены научным языком, с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства необходимых теорем и следствий из них
1	Текст работы логически выстроен, математически грамотно изложен. Имеются ответы не на все поставленные вопросы, они изложены с применением терминологии, принятой в изучаемой дисциплине. Представлены доказательства не всех необходимых теорем и следствий из них.
0	Текст работы не соответствует теме или отсутствуют адекватность передачи первоисточника и доказательность материала

Шкала оценивания реферата

Оценка	Критерии
3 балла	реферат по теме написан самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы
2 балла	реферат удовлетворяет требованиям на оценку в 3 балла, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в реферате может быть недостаточно полно развернута
1 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
0 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

Шкала оценивания доклада

Оценка	Критерии
--------	----------

5 баллов	доклад по теме составлен самостоятельно, продемонстрировано умение излагать материал последовательно и грамотно, делать необходимые обобщения и выводы
4 балла	доклад по теме удовлетворяет требованиям на оценку в 5 баллов, но при этом допущены один–два недочета при освещении основного содержания темы, исправленные по замечанию преподавателя, или допущены ошибка или более двух недочетов при освещении второстепенных вопросов, которые легко исправляются по замечанию преподавателя, или в докладе может быть недостаточно полно развита аргументация
3 балл	неполно, непоследовательно раскрыто содержание материала, но показано общее понимание вопроса и продемонстрированы умения, достаточные для дальнейшего усвоения материала, или имелись затруднения, или допущены ошибки в определении понятий, использовании терминологии, исправленные после замечаний преподавателя, или студент не может применить теорию в новой ситуации
2 баллов	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые исправлены после нескольких замечаний преподавателя
1 балл	не раскрыто основное содержание учебного материала, обнаружено незнание или непонимание большей или наиболее важной части учебного материала, допущены ошибки в определении понятий, при использовании терминологии, которые не исправлены после нескольких замечаний преподавателя

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные задания расчетной работы

- Докажите, что $5^n - 4n + 15$ делится на 16 при всех $n \in \mathbb{N}$.
- Доказать, что при любом натуральном n число a_n делится на b .
 $a_n = 2n^3 + 3n^2 + 7n, b = 6$.
- Докажите методом математической индукции: $4^{2n-1} + 1$ кратно 5 для всех $n \geq 1$.
- Найдите сумму
 $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + \dots + 2018 \cdot 2018! + 2019 \cdot 2019!$
- Доказать:

$$a) 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2},$$

$$b) 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2,$$

$$c) 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6},$$

$$d) 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left[\frac{n(n+1)}{2} \right]^2,$$

$$e) 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3},$$

$$f) \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1},$$

- Доказать:

- a) $2^n > 2n + 1 \quad (n \geq 3),$
- b) $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \dots \cdot \frac{2n-1}{2n} \leq \frac{1}{\sqrt{3n+1}},$
- c) $|a_1 + a_2 + \dots + a_n| \leq |a_1| + |a_2| + \dots + |a_n|,$
- d) $2!4! \dots (2n)! > [(n+1)!]^n, \quad n \geq 2,$
- e) $\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{13}{24}, \quad n > 1,$
- f) $\frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \dots \cdot 2n} < \frac{1}{\sqrt{2n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}; \quad \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} > \sqrt{n},$
- g) $\frac{4^n}{n+1} \leq \frac{(2n)!}{(n!)^2}.$

7. Вычислить радиусы r_n, R_n вписанной и описанной окружностей правильного $2n$ -угольника с периметром p .
8. Пусть даны n произвольных квадратов. Доказать, что эти квадраты могут быть разрезаны так, чтобы из получившихся частей можно было образовать квадрат.

Примерные темы рефератов

1. Общие принципы построения числовых систем.
2. Аксиоматическая теория натуральных чисел.
3. Принцип расширения числовой системы.
4. Построение кольца целых чисел.
5. Аксиоматическое построение системы целых чисел.
6. Определение системы рациональных чисел.
7. Построение поля рациональных чисел.
8. Аксиоматическое построение поля рациональных чисел.
9. Фундаментальные последовательности рациональных чисел.
10. Построение поля классов фундаментальных последовательностей рациональных чисел.
11. Построение поля действительных чисел.
12. Аксиоматическое построение поля действительных чисел.
13. Определение системы комплексных чисел.
14. Построение поля комплексных чисел.
15. Аксиоматическое построение поля комплексных чисел.
16. Теорема Фробениуса.

Примерные темы докладов

1. Общие принципы построения числовых систем.
2. Аксиоматическая теория натуральных чисел.
3. Сложение натуральных чисел.
4. Умножение натуральных чисел.
5. Порядок на множестве натуральных чисел.
6. Различные формы метода математической индукции.
7. Категоричность теории Пеано.
8. Вычитание в произвольной алгебре.
9. Принцип расширения числовой системы.
10. Определение системы целых чисел.
11. Эквивалентные пары натуральных чисел.
12. Кольцо классов пар натуральных чисел.

13. Построение кольца целых чисел.
14. Порядок в кольце целых чисел.
15. Аксиоматическое построение системы целых чисел.
16. Деление в произвольной алгебре.
17. Определение системы рациональных чисел.
18. Эквивалентные дроби.
19. Поле классов дробей.
20. Построение поля рациональных чисел.
21. Строение упорядоченного поля рациональных чисел.
22. Аксиоматическое построение поля рациональных чисел.
23. Задача заполнения числовой прямой.
24. Фундаментальные последовательности рациональных чисел.
25. Сходящиеся последовательности рациональных чисел
26. Построение поля классов фундаментальных последовательностей рациональных чисел.
27. Порядок в поле классов фундаментальных последовательностей рациональных чисел.
28. Построение поля действительных чисел.
29. Аксиоматическое построение поля действительных чисел.
30. Определение системы комплексных чисел.
31. Поле пар действительных чисел.
32. Построение поля комплексных чисел.
33. Аксиоматическое построение поля комплексных чисел.
34. Линейные алгебры с делением над полем действительных чисел.
35. Теорема Фробениуса. Кватернионы.

Примерные вопросы для подготовки к зачету

1. Полуформальные аксиоматические теории.
Опишите аксиоматический метод построения дедуктивных теорий, укажите характерные особенности полуформального аксиоматического метода. Опишите понятие модели полуформальной аксиоматической теории и приведите примеры теорий и их моделей.
2. Отношения эквивалентности. Факторизация множества.
Опишите понятие бинарного отношения на некотором множестве. Определите отношение эквивалентности на данном множестве; приведите примеры. Определите разбиение множества на классы. Сформулируйте и доказите теорему о факторизации множества с помощью отношения эквивалентности. Сформулируйте основные свойства классов эквивалентности. Определите фактор-множество данного множества по данному отношению эквивалентности, приведите примеры.
3. Отношения порядка. Упорядоченные множества.
Определите отношение порядка на некотором множестве. Определите различные виды отношений порядка путем добавления дополнительных свойств. Приведите и обоснуйте различные варианты определений отношения строгого порядка, строгого линейного порядка. Опишите понятие упорядоченного множества. Определите вполне упорядоченное множество, приведите примеры.
4. Алгебраические операции. Алгебры.
Определите бинарную алгебраическую операцию на некотором множестве; определите алгебру как алгебраическую систему. Раскройте смысл понятий: «алгебраическая операция», «операция определена на некотором множестве», «множество замкнуто относительно данной операции», приведите примеры. Определите подалгебру данной алгебры, расширение данной алгебры; раскройте смысл понятия «продолжение

алгебраической операции на расширении множества». Определите полукольцо и кольцо; назовите операции, выполнимые в полукольце, кольце; сформулируйте и докажите их основные свойства. Приведите примеры коммутативных и некоммутативных полуколец и колец, полуколец и колец с единицей и без единицы. Определите поле; назовите операции, выполнимые в поле, сформулируйте и докажите их основные свойства, приведите примеры.

5. Упорядоченные алгебры.

Определите упорядоченную алгебру с двумя бинарными операциями. Сформулируйте и докажите свойства сокращения и действий в упорядоченных алгебрах. Определите положительные и отрицательные элементы упорядоченных алгебр, опишите особенности введения положительных и отрицательных элементов в упорядоченных алгебрах с нулем и без нуля. Сформулируйте и докажите критерий упорядоченного кольца, опишите проявления данного критерия в школьном курсе математики. Сформулируйте и докажите утверждение о квадрате ненулевого элемента в упорядоченном кольце.

6. Изоморфные алгебры.

Определите изоморфизм алгебр, раскройте смысл согласованности операций у изоморфных алгебр. Опишите взаимосвязь свойств соответствующих операций при изоморфизме двух алгебр. Раскройте смысл изоморфизма. Определите изоморфное вложение одной алгебры в другую. Сформулируйте теорему о продолжении изоморфизма для алгебр с двумя бинарными операциями, опишите идею доказательства этой теоремы. Раскройте основные этапы доказательства теоремы о продолжении изоморфизма.

7. Общие принципы построения числовых систем.

Назовите практические источники возникновения понятия «число». Раскройте смысл понятия «числовая система». Укажите математические задачи, решение которых потребовало перехода от полукольца натуральных чисел к кольцу целых, а затем – к полю рациональных чисел. Укажите математические задачи, решение которых потребовало расширения поля рациональных чисел до поля действительных чисел. Укажите математические задачи, решение которых потребовало построения поля комплексных чисел как расширения поля действительных чисел. Охарактеризуйте возможности дальнейшего расширения числовых систем.

8. Аксиоматическая теория натуральных чисел.

Назовите первичные понятия полуформальной порядковой теории натуральных чисел. Сформулируйте аксиомы Пеано натурального ряда. Приведите символические записи аксиом 1–3 Пеано и их контрапозиционные варианты. Охарактеризуйте непротиворечивость и полноту теории Пеано. Для данного натурального числа определите следующее и предшествующее натуральное число. Докажите независимость каждой из аксиом Пеано от остальных.

9. Сложение натуральных чисел.

Определите операцию сложения натуральных чисел, на примере раскройте ее смысл. Сформулируйте и докажите существование и единственность сложения натуральных чисел. Сформулируйте и докажите ассоциативность и коммутативность сложения. Сформулируйте и докажите утверждения о сумме и слагаемом и о прибавлении одного числа к обеим частям равенства.

10. Умножение натуральных чисел.

Определите операцию умножения натуральных чисел, на примере раскройте ее смысл. Сформулируйте и докажите существование и единственность умножения натуральных чисел. Сформулируйте и докажите правую дистрибутивность, коммутативность и ассоциативность умножения. Сформулируйте и докажите утверждение об умножении на одно число обеих частей равенства. Опишите систему натуральных чисел как полукольцо.

11. Порядок на множестве натуральных чисел.

Сформулируйте и докажите теорему о расположении натуральных чисел. Определите отношение «меньше» на множестве натуральных чисел. Докажите, что система натуральных чисел с отношением «меньше» есть упорядоченное полукольцо, опишите следствия этого факта. Докажите, что сумма натуральных чисел больше каждого слагаемого, а произведение не меньше каждого из множителей. Сформулируйте и докажите утверждение о первом элементе множества натуральных чисел. Сформулируйте и докажите принцип Архимеда. Определите дискретное и плотное множество, сформулируйте и докажите свойство дискретности множества натуральных чисел. Сформулируйте и докажите принцип наименьшего числа, раскройте его роль в аксиоматике натурального ряда. Приведите развернутую характеристику системы натуральных чисел как упорядоченного полукольца.

12. Различные формы метода математической индукции.

Сформулируйте и докажите утверждение об обобщенной форме математической индукции. Сформулируйте и докажите утверждение об усиленной форме математической индукции. Опишите способы доказательства математических утверждений на основе описанных форм метода математической индукции.

13. Категоричность теории Пеано.

Определите категоричную теорию. Сформулируйте и докажите теорему об изоморфизме систем Пеано. Раскройте методологическую сущность категоричности системы натуральных чисел.

14. Вычитание в произвольной алгебре.

Определите разность элементов в произвольной алгебре со сложением. Определите операцию «вычитание». Докажите, что в любом кольце вычитание определено. Покажите, что если разность двух натуральных чисел существует, то она единственная. Покажите, что в полукольце натуральных чисел вычитание не определено.

15. Принцип расширения числовой системы.

Опишите ситуации, в которых возникает необходимость расширения числовой системы. Сформулируйте принцип расширения числовой системы. Объясните, смысл словосочетаний «наименьшее расширение» и «расширение однозначно с точностью до изоморфизма».

16. Определение системы целых чисел.

Обоснуйте необходимость расширения полукольца натуральных чисел и сформулируйте требования к этому расширению. Опишите идею симметризации множества натуральных чисел. Определите систему целых чисел. Сформулируйте и докажите теорему о строении множества целых чисел. Сформулируйте и докажите теорему о распадении множества целых чисел на непересекающиеся подмножества. Сформулируйте и докажите теорему о представлении целого числа в виде разности натуральных чисел.

17. Эквивалентные пары натуральных чисел.

Определите эквивалентность упорядоченных пар натуральных чисел, докажите, что это отношение рефлексивно, симметрично и транзитивно. Сформулируйте и докажите утверждение о прибавлении одного натурального к каждому элементу пары. Сформулируйте и докажите утверждение о парах с одинаковыми элементами. Сформулируйте и докажите утверждение о парах, первый элемент которых больше второго на 1. Сформулируйте и докажите утверждение о представителях эквивалентных пар; покажите единственность соответствующего представления. Сформулируйте и докажите утверждение о корректности действий для пар.

18. Кольцо классов пар натуральных чисел.

Определите классы эквивалентных пар натуральных чисел, сформулируйте их основные свойства. Определите операции сложения и умножения классов пар натуральных чисел, обоснуйте корректность этих определений. Докажите, что множество

всех классов пар образует коммутативное кольцо с единицей относительно операций сложения и умножения классов.

19. Построение кольца целых чисел.

Опишите всевозможные виды классов пар натуральных чисел. Выделите в построенном кольце подалгебру. Установите изоморфизм между полукольцом натуральных чисел и подалгеброй. Постройте кольцо Z с помощью теоремы о продолжении изоморфизма, опишите все этапы этого построения. Покажите, что построенное кольцо Z удовлетворяет критерию кольца целых чисел. Укажите основные классы, на которые разбивается множество целых чисел. Опишите целые числа 0 и 1 и покажите, что $0 \neq 1$. Докажите, что в кольце целых чисел нет делителей нуля; объясните смысл этого факта.

20. Порядок в кольце целых чисел.

Определите отношения «меньше» на множестве целых чисел; покажите, что они являются продолжениями соответствующих отношений между натуральными числами. Покажите, как соотносятся с нулем натуральные числа и числа, противоположные натуральным. Докажите, что кольцо целых чисел упорядочено отношением «меньше», укажите основные следствия из этого факта. Сформулируйте и докажите принцип Архимеда для кольца целых чисел; объясните его смысл. Докажите дискретность множества целых чисел. Покажите, что множество целых чисел не вполне упорядочено отношением «меньше». Приведите развернутую характеристику системы целых чисел как упорядоченного кольца.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Основными формами контроля являются устные опросы студентов во время аудиторных занятий, выполнение расчетной работы, написание конспектов, реферата, заслушивание докладов. Для проведения промежуточного контроля разработаны вопросы к зачету. Зачет проводится устно по вопросам. По текущему контролю успеваемости необходимо выполнить расчетную работу, написать конспекты, реферат, успешно выступить с докладом на практическом занятии.

Шкала оценивания ответов студентов на зачете

Количество баллов	Критерии оценивания
20	Если студент свободно ориентируется в теоретическом материале, знает формулировки основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач
10	Если студент недостаточно свободно ориентируется в теоретическом материале, ошибается при формулировании основных определений, теорем и свойств, умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
5	Если студент плохо ориентируется в теоретическом материале, не знает некоторые формулировки основных определений, теорем и свойств, у студента возникают проблемы при применении теоретических сведений для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
0	Если студент не ориентируется в теоретическом материале, не знает

	большинство формулировок основных определений, теорем и свойств и не умеет применять теоретические сведения для решения типовых задач (в зависимости от количества и степени имеющихся ошибок и недочётов).
--	---

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 - 80	Зачтено
41 - 60	Зачтено
0 - 40	Не зачтено

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Смолин, Ю.Н. Числовые системы : учебное пособие / Ю.Н. Смолин. – 2-е изд., стер. – Москва : Флинта, 2016. – 113 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=54576> (дата обращения: 28.09.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9765-0794-4. – Текст : электронный.
2. Ларин, С. В. Числовые системы : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 149 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-09500-5. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454464> (дата обращения: 28.09.2020).
3. Ларин, С. В. Алгебра и теория чисел. Группы, кольца и поля : учебное пособие для вузов / С. В. Ларин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 160 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05567-2. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/454465> (дата обращения: 28.09.2020).

6.2. Дополнительная литература

1. Смолин Ю.Н., Алгебра и теория чисел : учеб. пособие / Ю.Н. Смолин - М. : ФЛИНТА, 2017. - 464 с. - ISBN 978-5-9765-0050-1 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976500501.html> (дата обращения: 28.09.2020). - Режим доступа : по подписке.
2. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: Учеб. пособие для педагогических институтов. / Л.Я. Куликов — М.: Высш. школа, 1979. — 559 с. — Режим доступа: <http://bookre.org/reader?file=1221511&pg=3>
3. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры: учебник для вузов / А. Г. Курош. - 19-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 432с. – Текст: непосредственный.
4. Курош, А. Г. Курс высшей алгебры : учебник / А. Г. Курош. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2020. — 432 с. — ISBN 978-5-8114-4871-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/126713> (дата обращения: 28.09.2020). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

5. Нечаев В. И. Числовые системы: учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов / В.И. Нечаев — М.: Просвещение, 1975. — 199 с. — Режим доступа: <https://uch-lit.ru/matematika-2/dlya-studentov/nechaev-v-i-chislovyie-sistemyi-posobie-dlya-studentov-pedagogicheskikh-institutov-onlayn>
6. Федяев О.И. Числовые системы: учеб. пособие / О.И. Федяев — М.: МОПИ, 1991 — 68 с.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Российский образовательный портал – <http://www.school.edu.ru/>
2. Электронное научное издание (журнал) «Современные проблемы науки и образования». <http://www.science-education.ru>
3. Российская академия образования. Институт содержания и методов обучения. Центр оценки качества образования // <http://www.centeroko.ru/>
4. Рособрнадзор. Управление оценки качества общего образования. Материалы // http://obrnadzor.gov.ru/ru/about/structure/education_quality
5. <http://teacher.fio.ru> – Учитель. ru (Федерация Интернет-образования)
6. <http://www.mcko.ru> – Государственное автономное учреждение города Москвы «Московский центр качества образования»
7. <http://www.metodisty.ru> – профессиональное сообщество педагогов «Методисты»

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы магистрантов
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных:

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием;

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа

к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.