

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Наумова Наталия Александровна

Должность: Ректор

Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41

Уникальный программный ключ:

6b5279da4e034b1874e2a05109705d18

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное

бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»

(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

УТВЕРЖДЕН

на заседании кафедры высшей алгебры,
математического анализа и геометрии

Протокол от «9» сентября 2023 г., № 6

Зав. кафедрой Кеу /Кондратьева Г. В./

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)

Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки (специальности) 03.03.02 Физика

Профиль (программа подготовки, специализация) Фундаментальная физика

Мытищи
2023

Содержание

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....
2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....
3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....
4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.....

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы¹

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
<i>ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.</i>	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания²

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этапы формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: основные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления; Уметь: решать задачи с применением основных понятий дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать: основные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления; Уметь: решать задачи с применением основных понятий дифференциальных уравнений и вариационного исчисления; Владеть: основными методами решения дифференциальных	Устный опрос. Контрольные работы Практическая подготовка	Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контроля

¹ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

² Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

			уравнений высших порядков, систем дифференциальных уравнений и задач вариационного исчисления.		ной работы Шкала оценивания практической подготовки
--	--	--	--	--	---

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	7-10
средняя активность на практической подготовке	4-6
низкая активность на практической подготовке	0-3

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% домашнего задания по данной теме	0
Студент правильно выполнил 6 – 20% домашнего задания по данной теме	2
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания по данной теме	4
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания по данной теме	6
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания по данной теме	8
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания по данной теме	10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1

Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать: теорию векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне³

Примерные вопросы устного опроса.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок и формы записи дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Задача Коши.
2. Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решения.
4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Методы решения.
5. Дифференциальные уравнения Клеро. Общее и вырожденное решения.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков: простейшие уравнения и уравнения, содержащие старшие производные функции. Их решения.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и

³ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

фундаментальная система решений.

8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура частного решения.
9. Однородные уравнения Эйлера. Методы решения.
10. Составление линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков по их фундаментальной системе решений.
11. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
12. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей.
13. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
14. Вариация и экстремум функционала. Уравнение Эйлера.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные вопросы устного опроса.

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура частного решения.
2. Однородные уравнения Эйлера. Методы решения.
3. Составление линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков по их фундаментальной системе решений.
4. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
5. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей.
6. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
7. Вариация и экстремум функционала. Уравнение Эйлера.

Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на пороговом уровне⁴

⁴ Указываются отдельно по уровням, в случае если формулировки ЗУВ различаются в зависимости от уровней сформированности компетенций.

Пример домашнего задания.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = 5x^4 - \frac{8}{x^2 + 9} + 7\sin(6x)$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $x\sqrt{1 + y^2(x)} + y(x)y'(x)\sqrt{1 + x^2} = 0$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $(1 + e^{2x})y^2(x)y'(x) = e^x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \frac{x^2 + xy(x) - 3y^2(x)}{x^2 - 4xy(x)}$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) - y(x) = x^4e^x$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $2y'(x) + 2y(x) = xy^2(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$.
7. Найти решение дифференциального уравнения $(2x \cos y - 4x^3)dx - x^2 \sin y dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = \pi/2$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'''(x) + y''(x) = \sqrt{x}$.
9. Найти общее и вырожденное решения дифференциального уравнения $y''(x)y^2(x) = y'^3(x)$.
10. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = x^2 - x + 3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{27}$.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''(x) + 6y'(x) + 13y(x) = -e^{-3x} \cos(5x)$.
12. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = \frac{1}{2e^x + e^{2x}}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) - 2xy'(x) - 10y(x) = 0$ ($x > 0$).
14. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + z(t), \\ y'(t) = 3x(t) + z(t), \\ z'(t) = 3x(t) + y(t). \end{cases}$$
15. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) + \sin t, \\ y'(t) = 6x(t) - 3y(t) + \cos t. \end{cases}$$

16. Найти функцию $y(x)$, на которой функционал $F[y(x)] = \int_2^3 [-x^2 y'(x) + 12x^2 y(x)] dx$ с граничными условиями $y(2) = -1$, $y(3) = -7$ достигает своего экстремального значения.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Примерные задания контрольных работ.

Контрольная работа № 1

по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y'(x) - 1 = \cos(2y)$.
2. Найти решение дифференциального уравнения $y^2(x) y'(x) + x(1 + y^2(x)) = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = -1$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \frac{x + 2y(x)}{2x - y(x)}$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) + 3x^2 y(x) = x \exp(-x^3)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy y'(x) = y^2 - x^2$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $y'(x) + xy(x) = (x - 1)e^x y^2(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $(y^3 + \cos x) dx + (e^y + 3xy^2) dy = 0$.
8. Найти решение дифференциального уравнения $(5x^4 + 2xy) dx + (x^2 + 4y^3) dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

Контрольная работа № 2

по теме «Дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений и элементы вариационного исчисления»

1. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) = 50y^3(x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(3) = 1$, $y'(3) = 5$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $\operatorname{tg} x y'''(x) = 2y''(x)$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) + y(x) = 2(1 - x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$.

4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''(x) + 4y(x) = -4\sin(2x)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) + xy'(x) + 4y(x) = 0$ ($x > 0$).
6. Найти решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) - 9xy'(x) + 24y(x) = 0$ ($x > 0$), удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
7. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений

$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 2y(t) + e^{2t}, \\ y'(t) = 3x(t) + 3y(t) + e^{-t}. \end{cases}$$
8. Найти функцию $y(x)$, на которой функционал $F[y(x)] = \int_1^2 [x^{-1} y'^2(x) + 6y(x)] dx$ с граничными условиями $y(1) = 0$, $y(2) = 4$ достигает своего экстремального значения.

Владеть: основными методами решения задач с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2 на продвинутом уровне

Задания для практической подготовки.

1. Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными», «Однородные дифференциальные уравнения первого порядка», «Линейные дифференциальные уравнения первого порядка», «Уравнения Бернулли», «Метод вариации постоянных и метод подстановки», «Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах», «Интегрирующий множитель», «Дифференциальные уравнения Лагранжа и Клеро».
2. Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка», «Нахождение общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка по частному решению однородного дифференциального уравнения».
3. Разработать задачи и системы задач по темам: «Метод вариации постоянных построения общего решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка по фундаментальной системе решений», «Импульсная функция Коши», «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида», «Структура частного и общего решений». «Дифференциальные уравнения Эйлера».

4. Разработать задачи и системы задач по темам: «Системы дифференциальных уравнений», «Фазовое пространство системы», «Фазовые траектории, поле скоростей», «Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений», «Линейные системы дифференциальных уравнений», «Определитель Вронского матрицы решений», «Фундаментальная матрица решений», «Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице решений», «Матрица Коши», «Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами», «Характеристическое уравнение и общее решение».
5. Разработать задачи и системы задач по темам: «Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера», «Достаточное условие Лежандра экстремума функционала», «Характерные случаи интегрируемости уравнения Эйлера», «Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков и функционалов, зависящих от нескольких функций».

Промежуточная аттестация

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

Знать: теорию векторного и тензорного анализа

Уметь: решать задачи с применением теории векторного и тензорного анализа

Владеть: основными методами решения задач с применением теории векторного и тензорного анализа

Задания, необходимые для оценивания сформированности ДПК-2

Примерные вопросы к зачету.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Метод подстановки.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Построение решения.
6. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах.

Интегрирующий множитель.

7. Дифференциальные уравнения Лагранжа. Общее и вырожденное решения.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков, не содержащие явно переменную. Метод решения.
9. Дифференциальные уравнения высших порядков, однородные по функции и её производным. Метод решения.
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Построение общего решения уравнения по известному частному решению однородного уравнения.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского, формула Остроградского – Лиувилля.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений, её существование.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной системе решений.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура общего решения.
16. Однородные уравнения Эйлера. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
17. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Структура общего решения.
18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков, формула Коши. Импульсная функция Коши – Дюамеля и её свойства.
19. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальные и автономные системы.
20. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
21. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского матрицы решений.
22. Формула Остроградского – Лиувилля для определителя Вронского матрицы решений. Фундаментальная матрица системы.
23. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице системы.
24. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Интеграл Коши. Матрица Коши и её свойства.
25. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.

26. Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера.
27. Достаточное условие Лежандра экстремума функционала.
28. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков.
29. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от нескольких функций.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций⁵

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: выполнение домашних заданий, выполнение контрольных ответы на устных опросах, практическая подготовка.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 80 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение контрольных работ обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение практической подготовки обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачёта.

Количество баллов	Критерии оценивания
16 – 20	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
12 – 15	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из

⁵ Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

	приведенных заданий
8 – 11	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 7	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено