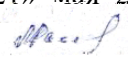


Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bffa679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания
математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры
Протокол от «21» мая 2020 г., № 11
Зав. кафедрой  / Рассудовская М.М./

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине
Теория и практика решения математических задач

Направление подготовки
44.03.01 – Педагогическое образование

Профиль
Математика

Мытищи
2020

Автор-составитель:

Высоцкая Полина Андреевна
старший преподаватель кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Рабочая программа дисциплины «Теория и практика решения математических задач» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Теория и практика решения математических задач» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции.

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-5 «Готов к разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы»	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа
СПК-1 «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности»	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-5	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знает:</i> - образовательные стандарты и другие регламентирующие документы, являющиеся основой создания образовательных программ; - методологию проектирования образовательного процесса; основные результаты освоения образовательной программы для разных уровней образования; <i>Умеет:</i> - использовать образовательные стандарты и другие регламентирующие документы для проектирования образовательных программ; - использовать методологию проектирования образовательного процесса для создания образовательных программ; - определять основные	Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (выполнение зачетных задач, устный ответ на вопросы)	4 1-60

			результаты освоения образовательной программы с учетом специфики преподаваемого предмета.		
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знает:</i> - образовательные стандарты и другие регламентирующие документы, являющиеся основой создания образовательных программ; - методологию проектирования образовательного процесса; - основные результаты освоения образовательной программы для разных уровней образования; <i>Умеет:</i> - использовать образовательные стандарты и другие регламентирующие документы для проектирования образовательных программ; - использовать методологию проектирования образовательного процесса для создания образовательных программ; - определять основные результаты освоения образовательной программы с учетом специфики преподаваемого предмета; <i>Владеет (навыками и/или опытом деятельности):</i> - навыками использования образовательных стандартов и других регламентирующих документов для проектирования образовательных программ; - навыками использования методологии проектирования образовательного процесса для создания образовательных программ; - опытом определения основных результатов освоения образовательной программы с	Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (выполнение зачетных задач, устный ответ на вопросы)	6 1-100

			учетом специфики преподаваемого предмета		
ПК-1	С Поговорочный	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знает: -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Умеет: -ясно и логично излагать полученные базовые знания; -демонстрировать понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами; -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью.	Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (выполнение зачетных задач, устный ответ на вопросы)	4 1-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	Знает: -современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики и перспективные направления развития современной науки; -значение и место дисциплин физико-математического цикла в общей картине мира. Умеет: -ясно и логично излагать полученные базовые знания; -демонстрировать	Текущий контроль (выполнение расчетных работ), промежуточный контроль (выполнение зачетных задач, устный	6 1-100

			понимание общей структуры дисциплин физико-математического цикла и взаимосвязи их с другими дисциплинами; -строить модели реальных объектов или процессов; -профессионально решать задачи, связанные с предметной областью, с учетом современных достижений науки; -применять информационно-коммуникационные технологии для эффективного решения научных и прикладных задач, связанных с предметной областью. Владеет: -способностью к логическому рассуждению; -моделированием для построения объектов и процессов, определения или предсказания их свойств; -владеет основными методами решения задач, сформулированными в рамках предметных областей.	ответ на вопросы)	
--	--	--	--	-------------------	--

3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Примерные вопросы к зачету (проводится в устной форме) в 6 семестре

1. Охарактеризуйте приемы разложения многочленов на неприводимые множители.
2. Докажите свойства арифметических корней.
3. Охарактеризуйте особенности при выполнении преобразований иррациональных выражений.
4. Докажите свойства степеней действительного числа.
5. Докажите свойства числовых логарифмов.
6. Вывод тригонометрических формул основных групп.
7. Вывод тригонометрических формул основных групп, связанных с обратными тригонометрическими функциями.
8. Средние величины. Классические неравенства.
9. Применение алгебраического метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
10. Применение векторного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.

11. Применение координатного метода при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
12. Применение метода вспомогательных фигур при решении геометрических задач на вычисление и доказательство. Пример.
13. Алгебраическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в алгебраической форме.
14. Геометрическая интерпретация комплексных чисел.
15. Тригонометрическая форма комплексного числа. Правила выполнения действий над комплексными числами в тригонометрической форме.
16. Показательная форма комплексного числа.
17. Основы метода комплексных чисел.
18. Метод математической индукции в решении задач.
19. Функции Антье. Примеры решения задач.
20. Использование свойств корней квадратного многочлена в решении задач с параметром.

Пример задач для зачета с оценкой по дисциплине

Вариант 1

№	Задание
1.	Вычислите x $\frac{0,1(6) + 0, (3)}{0, (3) + 1,1(6)} \cdot x = 10.$
2.	Упростите выражение $\frac{a^{\frac{4}{3}} - 8a^{\frac{1}{3}}b}{a^{\frac{2}{3}} + 2^{\frac{4}{3}}\sqrt[3]{ab} + 4b^{\frac{2}{3}}} : \left(1 - 2^{\frac{3}{4}}\sqrt[4]{\frac{b}{a}}\right) - a^{\frac{2}{3}}.$
3.	Сколько целых значений n , при которых числа $m = \frac{2n-4}{n+5}$ будут натуральными?
4.	Цену товара снизили на 6%, затем новую цену снизили еще на 10% и, наконец, после пересчета произвели снижение еще на четверть. На сколько процентов всего снизили первоначальную цену товара?
5.	Найдите $\log_3 5$, если $\log_6 2 = a$, $\log_6 5 = b$.
6.	Вычислите сумму $49^{1-\log_7 2} + 5^{-\log_5 4}$.
7.	Упростите выражение $a^{\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}}$
8.	Вычислите $\left[a^{-\frac{3}{2}}b(ab^{-2})^{-\frac{1}{2}}(a^{-1})^{-\frac{2}{3}}\right]^3$ при $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \frac{1}{\sqrt[3]{2}}$
9.	Вычислите $\sqrt[6]{(5 - \sqrt{30})^6} - \sqrt{30}$.
10.	Упростите выражение $\sqrt{8 + 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}} + \sqrt{8 - 2\sqrt{10 + 2\sqrt{5}}}$
11.	Вычислите $\frac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{17-12\sqrt{2}}} - \frac{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}{\sqrt{17+12\sqrt{2}}}$
12.	Сумма корней уравнения $2\sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 9} = 1$ равна
13.	Сумма наименьшего и наибольшего корней уравнения $\sqrt{2x + 2} - \sqrt{2x + 1} - 3\sqrt{2x + 10} - 6\sqrt{2x + 1} = 2\sqrt{2x + 1} - 8$
14.	Чему равна сумма корней уравнения $\sqrt{\frac{3-x}{2+x}} + 3\sqrt{\frac{2+x}{3-x}} = 4$
15.	При каких значениях a и b многочлен $x^4 - 3x^3 + ax + b$ делится на $x^2 + 3x + 4$?
16.	Произведение корней уравнения $x^3 - 9x^2 + 26x - 24 = 0$ равно?
17.	Решением неравенства $x^4 - 2x^2 - 63 \leq 0$ является промежуток?
18.	При каком значении параметра a уравнение $(a-1)x^2 + 2(a+1)x + a + 4 = 0$ имеет единственный или кратный корень?

19.	Уравнение $2x^2 + mx^2 + nx + 12 = 0$ имеет корни $x_1 = 1$, $x_2 = -2$. Третий корень уравнения равен
20.	При каком значении параметра α вершина параболы $y = (x - 3\alpha)^2 - \alpha^2 + 6\alpha + 16$ лежит на отрицательной полуоси абсцисс?
21.	Произведение корней уравнения $(x^2 - 5x + 7)^2 - (x - 2)(x - 3) = 3$ равно?
22.	В арифметической прогрессии 20 членов. Сумма членов, стоящих на четных местах, равна 250, а сумма членов, стоящих на нечетных местах, равна 220. Найдите два средних члена прогрессии
23.	Сумма членов бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна 56, а сумма квадратов ее членов равна 448. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.
24.	Сплав из серебра и меди имеет массу 2 кг, причем масса серебра составляет $14\frac{2}{7}\%$ массы меди. Сколько серебра в данном сплаве?
25.	Мотоциклист остановился для заправки горючим на 12 минут. После этого, увеличив скорость движения на 15 километров в час, он наверстал потерянное время на расстоянии 60 километров. С какой скоростью он двигался после остановки?

Вариант 2

№	Задание
1.	Вычислите x $\frac{0,4 + 8\left(5 - 0,8 \cdot \frac{5}{8}\right) - 5 : 2\frac{1}{2}}{\left(1\frac{7}{8} \cdot 8 - \left(8,9 - 2,6 : \frac{2}{3}\right)\right) \cdot 34\frac{2}{5}} \cdot 90 = x$
2.	Упростите выражение $\frac{a^{-2} + b^{-2}}{a^{-1} + b^{-1}} \cdot \left(\frac{a^2 + b^2}{ab}\right)^{-1}$
3.	Найдите сумму натуральных значений n , при которых числа $m = \frac{n+3}{2n-3}$ будут натуральными
4.	Число x уменьшили в 3 раза и в результате получили 14% числа 90. Число x равно?
5.	Найдите $\log_5 6$, если $\lg 2 = a$, $\lg 3 = b$.
6.	Найдите произведение $4^{\log_8 27} \cdot 27^{\log_9 2}$.
7.	Упростите выражение $a^{\frac{\log_b \log_b a}{\log_b a}}$
8.	Упростите выражение $\left(a + \frac{ab}{a-b}\right) \cdot \left(\frac{ab}{a+b} - a\right) : \frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2}$
9.	Упростите выражение $\sqrt{20 - 6\sqrt{11}}$.
10.	Какому целому числу равно выражение $\sqrt{ 36\sqrt{2} - 81 } + \sqrt{36\sqrt{2} + 81}$
11.	Сумма корней уравнения $\sqrt[3]{x^2} - 3\sqrt[3]{x^2} + 2 = 0$ равна?
12.	Среднее арифметическое корней уравнения $\sqrt{4x^2 + 9x + 5} - \sqrt{2x^2 + x - 1} = \sqrt{x^2 - 1}$ равно?
13.	Сумма корней уравнения $2\sqrt{x^2 - 2x + 4} - \sqrt{x^2 - 2x + 9} = 1$ равна
14.	Вычислите $\sqrt[3]{20 + 14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20 - 14\sqrt{2}}$
15.	Среднее геометрическое корней многочлена $x^4 - 5x^3 + 7x^2 - 5x + 6$ равно
16.	Произведение корней уравнения $x^3 + 3x^2 - 2x - 2 = 0$ равно?
17.	Среднее арифметическое корней уравнения $x^3 - x^2 - x + 2 = 0$ равно?
18.	При каких значениях α уравнение $(\alpha^2 - 9)x - 3 = \alpha$ имеет бесконечное множество корней?

19.	При каком значении параметра α квадратный трехчлен $(2\alpha-1)x^2+(2\alpha-1)x+1$ является полным квадратом?
20.	При каком наибольшем целом отрицательном значении параметра α вершина параболы $y = 2x^2 + \alpha^2 + \alpha - 5$ лежит на положительной полуоси ординат?
21.	Найдите произведения корней уравнения $(x^2 - 3x + 6)^2 - 13(x^2 - 3x + 6) + 36 = 0$
22.	Сколько одинаковых членов находится в двух арифметических прогрессиях 5,8,11... и 3,7,11..., если в каждой из них $n=100$.
23.	Найдите число членов арифметической прогрессии, если $a_2 + a_4 + \dots + a_{2n} = 126$, $a_2 + a_{2n} = 42$.
24.	Двое рабочих работая вместе, выполняют работу за 8 часов. Первый из них, работая отдельно, может выполнить всю работу за 12 часов скорее, чем второй, если будет работать отдельно. За сколько часов каждый из них, работая порознь, может выполнить работу?
25.	Через час после начала равномерного спуска воды в бассейне, ее осталось 400 кубических метров, а еще через 3 часа—250 кубических метров. Сколько воды было в бассейне?

Примерные темы курсовых работ

1. Теорема Ньютона: В описанном около окружности четырёхугольнике середины диагоналей коллинеарны с центром окружности.
2. Теорема Симсона: Ортогональные проекции точки, лежащей на описанной около треугольника окружности, на прямые, содержащие его стороны, коллинеарны.
3. Теорема Гаусса: Если некоторая прямая пересекает прямые, содержащие стороны BC, CA, AB треугольника ABC, в точках A_1 , B_1 , C_1 соответственно, то середины отрезков AA_1 , BB_1 , CC_1 коллинеарны.
4. Теорема Паскаля: Точки пересечения прямых, содержащих противоположные стороны вписанного шестиугольника, лежат на одной прямой.
5. Теорема Монжа: Во вписанном четырёхугольнике прямые, проходящие через середины сторон и диагоналей перпендикулярно противоположным сторонам или, соответственно, другой диагонали, пересекаются в одной точке, называемой точкой Монжа этого четырёхугольника.
6. Теорема Дезарга: Если треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ расположены так, что прямые AA_1 , BB_1 , CC_1 пересекаются в одной точке или параллельны, то либо точки $P=AB \cap A_1B_1$, $Q=BC \cap B_1C_1$, $R=CA \cap C_1A_1$ пересечения их соответственных сторон коллинеарны, либо две соответственные стороны параллельны прямой, соединяющей точки пересечения других соответственных сторон, либо соответственные стороны треугольников параллельны.
7. Теорема Паскаля: Точки пересечения прямых, содержащих стороны треугольника, с касательными к его описанной окружности в противоположных им вершинах лежат на одной прямой.
8. Теорема Паскаля: Во вписанном в окружность четырёхугольнике прямые, содержащие противоположные стороны, и касательные в противоположных вершинах пересекаются в четырёх коллинеарных точках.
9. Теорема Паскаля—Паппа: Если точки A, B, C лежат на одной прямой, а точки A_1 , B_1 , C_1 — на другой, то точки пересечения прямых AB_1 и A_1B , BC_1 и B_1C , CA_1 и

- C1A также лежат на прямой. Если же прямые в двух из этих трёх пар параллельны, то также параллельны и прямые третьей пары.
10. Решение задач на построение ограниченными средствами.
 11. Применение инверсии к решению задач на построение и доказательство
 12. Построения на плоскости, выполняемые одной линейкой. Теорема Штейнера
 13. Геометрические построения, выполняемые одним циркулем. Теорема Мора-Маскерони
 14. Теорема Борсука
 15. Геометрия на сфере
 16. Изображение геометрических фигур с помощью параллельного проектирования
 17. Замечательные точки и линии произвольного треугольника.
 18. Задача о делении отрезка в заданном отношении и порождаемые ею теории.
 19. Метод геометрических преобразований в решении задач.
 20. Круговые преобразования.
 21. Метод комплексных чисел в геометрии.
 22. Комплексные числа и круговая геометрия плоскости
 23. Применение комплексных чисел в элементарной геометрии
 24. Орнаменты на плоскости
 25. Геометрия и искусство
 26. Минимальное свойство круга
 27. Равновеликие и равносторонние многоугольники
 28. Экстремальные свойства правильных многоугольников
 29. Инверсия и ее применение к решению задач элементарной геометрии
 30. Геометрические неравенства и их применение к решению задач элементарной геометрии
 31. Индукция в геометрии.
 32. Геометрия масс.
 33. Теория измерения площадей на множестве плоских фигур.
 34. Гомотетия и ее применение к решению задач элементарной геометрии
 35. **Движения плоскости:** осевая симметрия; и его применение к решению задач элементарной геометрии
 36. **Движения плоскости:** перенос; и его применение к решению задач элементарной геометрии
 37. **Движения плоскости:** поворот; и его применение к решению задач элементарной геометрии
 38. Метрические соотношения в четырехугольнике
 39. Основные метрические соотношения в треугольнике

Тождественные преобразования.

Вариант №1

1. Разложите на множители $a^4 + 3a^3 + 4a^2 - 6a - 12$
2. Докажите, что $\frac{a^5}{120} + \frac{a^4}{12} + \frac{7a^3}{24} + \frac{5a^2}{12} + \frac{a}{5}$ - число целое при натуральном a .
3. Докажите, что если $a + b + c = 0$, то $\frac{a^5 + b^5 + c^5}{7} = \frac{a^3 + b^3 + c^3}{5} \cdot \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2}$

4. Проверьте равенство $\left(\frac{6+4\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{6+\sqrt{2}}} + \frac{6-4\sqrt{2}}{\sqrt{2}-\sqrt{6-\sqrt{2}}} \right)^2 = 8$
5. Вычислите $\log_{275} 60$, если $\log_{12} 5 = a$, $\log_{12} 11 = b$
6. Докажите, что $a^2 + 4b^2 + 3c^2 + 14 > 2a + 12b + 6c$
7. Сравните числа $a = \sqrt[4]{9-\sqrt{15}}$ и $b = \sqrt{\frac{\sqrt{30}-\sqrt{2}}{2}}$; $a = \log_3 16$ и $b = \log_{16} 729$
8. Докажите, что $4\sin(\alpha + \frac{\pi}{3})\sin(\alpha - \frac{\pi}{3}) = 4\sin^2 \alpha - 3$
9. Вычислите $\arctg \frac{1}{3} + \arctg \frac{1}{4} + \arctg \frac{2}{9}$

Вариант №2

1. Разложите на множители $2a^4 + a^3 + 4a^2 + a + 2$
2. Докажите, что для натурального a , $(a^5 - 5a^3 + 4a)$ делится на 120
3. Докажите, что $\frac{b-c}{(a-b)(a-c)} + \frac{c-a}{(b-c)(b-a)} + \frac{a-b}{(c-a)(c-b)} = \frac{2}{a-b} + \frac{2}{b-c} + \frac{2}{c-a}$
4. Проверьте равенство $\sqrt[3]{6 + \sqrt{\frac{847}{27}}} + \sqrt[3]{6 - \sqrt{\frac{847}{27}}} = 3$
5. Вычислите $\log_{35} 28$, если $\log_{14} 7 = a$, $\log_{14} 5 = b$
6. Докажите, что $a^3 + b^3 + c^3 \geq 3abc$, если $a + b + c > 0$
7. Сравните числа $a = \sqrt{47}$ и $b = \sqrt{26} + \sqrt{6}$; $a = \log_{20} 80$ и $b = \log_{80} 640$
8. Докажите, что $\sin^2 \alpha + \cos(\frac{\pi}{3} - \alpha)(\cos \frac{\pi}{3} + \alpha) = \frac{1}{4}$
9. Докажите, что $\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{16}{65} = \frac{\pi}{2}$

Задачи на нахождение геометрических величин.

Вариант №1

1. В выпуклом четырехугольнике ABCD отрезок, соединяющий середины сторон равен 1. Прямые BC и AD перпендикулярны. Найдите отрезок, соединяющий середины диагоналей AC и BD.
2. В равнобедренном треугольнике с основанием AC проведена биссектриса угла C, которая пересекает боковую сторону AB в точке D. Точка E лежит на основании AC так, что DE и DC перпендикулярны. Найдите AD, если CE=2.
3. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена биссектриса CL и медиана CM. LM = a, CM = b. Найдите площадь треугольника ABC.
4. Найти площадь треугольника, если две стороны его равны 27 и 29, а медиана третьей стороны равна 26.
5. В четырехугольник ABCD вписана окружность радиуса 2. Угол DAB прямой. AB=5, BC=6. Найдите площадь ABCD.
6. В окружность радиуса 2 вписан угол ABC так, что BC – диаметр окружности. В угол ABC вписана еще одна окружность радиуса 0,75 так, что она касается большей окружности внутренним образом. Найти угол ABC.

Вариант №2

1. В выпуклом четырехугольнике ABCD отрезок, соединяющий середины диагоналей равен отрезку, соединяющему середины сторон BC и AD. Найдите угол, образованный продолжениями сторон диагоналей AB и CD.
2. В треугольнике ABC угол C- прямой, отношение медианы CM к биссектрисе CN равно : 1, высота CK=2. Найдите площади треугольников CNK и ABC.
3. В треугольнике ABC AB=8, BC=6 и биссектриса BD=6. Найдите длину медианы AE.
4. В треугольнике ABC медиана AK пересекает медиану BD в точке L. Найдите площадь четырехугольника KCDL, если площадь ABC равна 24.
5. В трапецию ABCD вписана окружность, касающаяся боковой стороны AB в точке M так, что AM=4, MB=1. Найдите радиус этой окружности.
6. Две окружности радиусов 7 и 4 внутренне касаются в точке A. Через точку B, лежащую на большей окружности, проведена прямая, касающаяся меньшей окружности в точке C. Найдите угол AB, если BC=3.

Комплексные числа

Вариант №1

Выполнить действия:

$$\text{а) } z = \frac{3 - 2i + 4i^{27}}{-1 + i}; \quad \text{б) } z = \frac{i^2 - 4i^9 + 5i^{23}}{2i^4 - i^{15}}$$

2. Выполнить действия в тригонометрической форме и результат записать в алгебраической форме:

$$\text{а) } z = \frac{(\cos 100^\circ + i \sin 100^\circ) \cdot (-2i)}{\cos(-80^\circ) + i \sin(-80^\circ)}; \quad \text{б) } z = \left(\frac{1}{\cos 50^\circ + i \sin 50^\circ} \right)^3$$

3. Представить числа в показательной форме, выполнить действия и результат записать в алгебраической форме: $z_1 = 4(\cos 125^\circ + i \sin 125^\circ)$ $z_2 = -3i$

$$\text{. Найдти: а) } \frac{z_1^2}{z_2}; \quad \text{б) } z_2^3 \cdot z_2.$$

Вариант №2

1. Выполнить действия:

$$\text{а) } (\sqrt{3} - i)^4;$$

$$\text{б) } \frac{i}{2(\cos(-62^\circ 30') + i \sin(-62^\circ 30'))};$$

$$\text{в) } 4(\cos 127^\circ 20' + i \sin 127^\circ 20') + 3e^{-i56^\circ 10'}$$

2. Решить уравнение: $x^4 + 81 = 0$

3. Представить числа в показательной форме, выполнить действия и результат записать в алгебраической форме: $z_1 = 4 \cdot (\cos 135^\circ + i \sin 135^\circ)$; $z_2 = -2i$

$$\text{. Найдти: а) } z_1 \cdot z_2^2; \quad \text{б) } \frac{z_1^3}{z_2}.$$

Задачи на использование комплексных чисел в геометрии.

Вариант 1.

1. Дан правильный треугольник ABC и комплексная координата а вершины А. Найдите комплексную координату вершины В при положительной и отрицательной

ориентациях треугольника ABC, если за начальную точку принят центр треугольника ABC.

2. Докажите, что сумма квадратов медиан треугольника равна $0,75$ суммы квадратов его сторон.

3. Докажите, что прямая, содержащая основания двух высот треугольника, перпендикулярна радиусу описанной около него окружности, проведённого в третью вершину.

4. Даны три правильных одинаково ориентированных треугольника OAB, OCD и OEF. Докажите, что середины отрезков BC, DE, FA являются вершинами правильного треугольника, либо совпадают.

5. Доказать, что длина стороны правильного девятиугольника равна разности длин его наибольшей и наименьшей диагоналей.

Вариант 2.

1. Дан правильный треугольник ABC и комплексная координата a вершины A. Найдите комплексную координату вершины B при положительной и отрицательной ориентациях треугольника ABC, если за начальную точку принято основание A_1 высоты AA₁.

2. Докажите, что сумма квадратов диагоналей четырёхугольника равна удвоенной сумме квадратов его средних линий.

3. Докажите, что точки, симметричные ортоцентру треугольника относительно его сторон и относительно их середин, лежат на описанной около треугольника окружности.

4. Даны три одинаково ориентированных правильных треугольника AKL, BMN и CPQ, причём точки A, B, C являются вершинами правильного треугольника. Докажите, что середины отрезков LM, NP, QK являются вершинами правильного треугольника, либо совпадают.

5. Докажите, что апофема правильного девятиугольника равна сумме расстояний от центра до наибольшей и наименьшей его диагоналей.

Решение задач с параметром

Вариант №1.

1. Найдите все значения b , при которых уравнение $x - 2 = \sqrt{2(b-1)x + 1}$ имеет единственное решение.

2. При каких значениях параметра a уравнение $(a-1) \cdot 4^x + (2a-3) \cdot 6^x = (3a-4) \cdot 9^x$ имеет единственное решение

3. Найдите все значения параметра a , для каждого из которых система
$$\begin{cases} 12x - x^2 - a \geq 0 \\ x \leq 2 \end{cases}$$
 выполняется хотя бы при одном x .

Вариант №2.

1. Найдите все значения b , при которых уравнение $x - 2 = \sqrt{-2(b+2)x + 2}$ имеет единственное решение.

2. Найдите все значения a , при которых уравнение $(a-1) \cdot \cos^2 x - (a^2 + a - 2) \cdot \cos x + 2a^2 - 4a + 2 = 0$ не имеет действительных решений.

3. Найдите все значения a , при которых неравенство $\log_{0.2}(x^2 - ax + 7) < -1$ выполняется для всех отрицательных значений x .

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам:

Оценка по 5-балльной системе		Оценка по 100-балльной системе
5	отлично	81 – 100
4	хорошо	61 - 80
3	удовлетворительно	41 - 60
2	неудовлетворительно	21 - 40
1	необходимо повторное изучение	0 - 20

В зачетно - экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по пятибалльной шкале и рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на зачете с оценкой «неудовлетворительно» в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (<40 баллов), соответствующая фактическим знаниям студента.

Общее количество баллов по дисциплине – 100 баллов.

За посещение лекционных и практических заданий обучающийся набрать максимально 33 баллов (33 занятий по 1 баллу каждое).

За выполнение расчетных работ по дисциплине (самостоятельная работа) обучающийся может набрать максимально 58 баллов (29 заданий по 2 балла за каждое).

Обучающийся, набравший 41 балл и более, допускается к зачету. Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 9 баллов.

Для сдачи зачета по дисциплине необходимо выполнить все требуемые домашние работы на практических занятиях. Существенным моментом является посещаемость занятий (в случае пропусков занятий предполагается более подробный опрос по темам пропущенных занятий). На зачет выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических занятиях. Для получения оценки на зачете надо правильно ответить на несколько поставленных вопросов. В затруднительных ситуациях (в отдельных случаях) допускается на зачете воспользоваться тетрадью с записью материалов лекций и семинаров в присутствии преподавателя. При этом преподаватель может убедиться, в какой степени студент ориентируется в «своих» материалах, и по ряду дополнительных вопросов (по тетради) решить вопрос о зачете с оценкой.

При пересдаче зачета по дисциплине используется следующее правило для формирования рейтинговой оценки:

- 1-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 5 (баллов);
- 2-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 8 (баллов).

Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости, представленной ниже в форме таблицы.

Московский государственный областной университет
Ведомость учета посещения

Физико-математический факультет

Направление подготовки: 44.03.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика

Дисциплина: Теория и практика решения математических задач

Группа: 31

Преподаватель: Высоцкая П.А.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий									Итого
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	
1.	Иванов И.И.										
2.	Петров П.П.										

Московский государственный областной университет
Ведомость учета текущей успеваемости

Физико-математический факультет

Направление подготовки: 44.03.01 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика

Дисциплина: Теория и практика решения математических задач

Группа: 31

Преподаватель: Высоцкая П.А.

№ п/п	Ф. И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре			Общая сумма баллов (макс. 100)	Итоговая оценка		Подпись преподавателя
		Посещ. до 33 баллов	Вып. заданий до 58 баллов	Зачет до 9 баллов		Цифра	Пропись	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.	Иванов И.И.							
2.	Петров П.П.							

Структура оценивания домашних заданий

Критерии и шкала оценивания заданий

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	1

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 2 баллов;

Продвинутый уровень – 3-4 балла.

Курсовая работа рассматривается как самостоятельный вид учебной работы и оценивается по 100-бальной рейтинговой шкале.

Для оценки курсовых работ используется следующая схема рейтингового расчета:

Раздел	Критерии	Рейтинговая оценка
1. Самостоятельность выполнения работы	Работа написана самостоятельно	15
	Работа носит частично самостоятельный характер	10
	Работа носит не самостоятельный характер	0
2. Содержание работы	Полностью соответствует выбранной теме	15
	Частично соответствует выбранной теме	10
	Не соответствует теме	0
3. Элементы исследования	Определены цели и задачи исследования, сформулированы объект и предмет исследования, показана история и теория вопроса	15
	Определены цели и задачи исследования, не четко определены объект и предмет исследования, частично показана история и теория вопроса	10
	Не определены цели и задачи исследования, не сформулированы объект и предмет исследования, не показана история и теория вопроса	0
4. Цитирование и наличие ссылочного материала	Достаточно	10
	Частично	5
	Не использовались	0
5. Наличие собственных выводов, рекомендаций и предложений, собственной позиции и ее аргументации	Да	15
	Нет	0
6. Оформление работы	Соответствует полностью требованиям	10
	Соответствует частично требованиям	5
	Не соответствует требованиям	0
7. Библиография по теме работы	Актуальна и составлена в соответствии с требованиями	10
	Актуальна и частично соответствует требованиям	5
	Не соответствует требованиям	0
8. Оценка на защите	Владеет материалом	10
	Частично владеет материалом	5
	Не владеет материалом	0