МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Кафедра фундаментальной физики и нанотехнологии
(наименование кафедры)

УТВЕРЖДЕН
на заседании кафедры
Протокол от «11» марта 2025 г., №11
Зав. кафедрой ____________ [Холина С.А.]

ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

по дисциплине (модулю)
Математическая физика

Направление подготовки: 03.03.02 Физика

Москва
2025

Содержание

1.Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы[1]

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания[2]

Оценива емые компете нции	Уровень сформир ованнос ти	Этапы формирова ния	Описание показателей	Критерии оцениван ия	Шкала оцениван ия
ОПК-1	Пороговый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: основные понятия и теоремы. Уметь: решать изученные задачи.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа.	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы.
	Продвинутый	1.Работа на учебных занятиях 2.Самостоятельная работа	Знать: понятия и теоремы с идеями доказательств и (или) доказательствами. Уметь: решать задачи, творчески используя полученные знания. Владеть: теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа. Практическая подготовка.	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала

[1] Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

[2] Указывается информация в соответствии с утвержденной РПД

					оценивания контрольной работы. Шкала оценивания практической подготовки.

Описание шкал оценивания

Шкала оценивания домашнего задания

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 10% домашнего задания	0
Студент правильно выполнил 11 – 20% домашнего задания	1
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания	2
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания	3
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания	4
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания	5

Шкала оценивания устного опроса

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	5
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	4
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	3
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	1
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 2% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 3 – 5% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 11 – 15% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 16 – 20% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 21 – 25% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 26 – 30% всех заданий	6

Студент правильно выполнил 31 – 35% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 36 – 40% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 41 – 45% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 46 – 50% всех заданий	10
Студент правильно выполнил 51 – 55% всех заданий	11
Студент правильно выполнил 56 – 60% всех заданий	12
Студент правильно выполнил 61 – 65% всех заданий	13
Студент правильно выполнил 66 – 70% всех заданий	14
Студент правильно выполнил 71 – 75% всех заданий	15
Студент правильно выполнил 76 – 80% всех заданий	16
Студент правильно выполнил 81 – 85% всех заданий	17
Студент правильно выполнил 86 – 90% всех заданий	18
Студент правильно выполнил 91 – 95% всех заданий	19
Студент правильно выполнил 96 – 100% всех заданий	20

Шкала оценивания практической подготовки.

Критерии оценивания	**Баллы**
1. практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; 2. показан высокий уровень знания изученного материала по заданной теме, 3. умение глубоко анализировать проблему и делать обобщающие практико-ориентированные выводы; 4. работа выполнена без ошибок и недочетов или допущено не более одного недочета.	8-10
1. практическое задание выполнено в установленный срок с использованием рекомендаций преподавателя; 2. показан хороший уровень владения изученным материалом по заданной теме, 3. работа выполнена полностью, но допущено в ней: а) не более одной негрубой ошибки и одного недочета б) или не более двух недочетов.	5-7
1. практическое задание выполнено в установленный срок с частичным использованием рекомендаций преподавателя; 2. продемонстрированы минимальные знания по основным темам изученного материала.	2-4
1. число ошибок и недочетов превосходит норму, при которой может быть выставлена оценка «удовлетворительно» или если правильно выполнено менее половины задания; 2. если обучающийся не приступал к выполнению задания или правильно выполнил не более 10 процентов всех заданий.	0-1

3. Контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль

ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.

Знать: понятия и теоремы с идеями доказательств и (или) доказательствами.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1 на пороговом уровне

Перечень вопросы устного опроса

1. Сформулировать основные понятия и определения теории дифференциальных уравнений в частных производных. Привести примеры решений простейших дифференциальных уравнений в частных производных.
2. Дать определение характеристической системы и доказать теорему об общем решении линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка.
3. Поставить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения в частных производных первого порядка. Дать определение характеристических линий и доказать теорему об однозначной разрешимости задачи Коши.
4. Сформулировать основные понятия, определения для дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Привести их классификацию.
5. Сформулировать алгоритм приведения дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
6. Вывести одномерное волновое уравнение. На примере поперечных или продольных колебаний стержней или электрических колебаний в проводах (на выбор) сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач.
7. Вывести двумерное (трёхмерное) волновое уравнение и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач на примере колебаний мембраны или твёрдого тела.
8. Вывести одномерное уравнение теплопроводности и сформулировать для него возможные постановки начально-краевых задач.
9. Вывести уравнение распространения тепла (диффузии) в пространстве.
10. Поставить возможные краевые задачи для уравнений эллиптического типа. Дать физическую интерпретацию поставленной задачи.
11. Вывести первую и вторую формулы Грина.
12. Сформулировать общую схему метода разделения переменных для однородного уравнения.
13. Сформулировать метод разделения переменных для неоднородного уравнения. Объяснить понятие неоднородных граничных условий.
14. Сформулировать задачу Штурма – Лиувилля для линейных дифференциальных уравнений. Самосопряженная форма уравнения задачи.

15. Исследовать влияние граничных условий на свойства собственных значений и собственных функций задачи Штурма – Лиувилля.

16. Сформулировать основные свойства решений задачи Штурма – Лиувилля. Доказать или привести идею доказательства любых двух свойств.

17. С помощью обобщённого степенного ряда получить частные решения уравнения Бесселя. Дать определение функции Бесселя.

18. Вычислить определитель Вронского функций Бесселя $J_{\alpha}(x)$ и $J_{-\alpha}(x)$. Найти общее решение уравнения Бесселя с нецелым индексом.

19. Дать определение функции Неймана. Вычислить определитель Вронского функций Бесселя и Неймана и найти общее решение уравнения Бесселя с произвольным индексом.

20. Доказать рекуррентные соотношения для функций Бесселя и сформулировать следствия из них.

21. Выразить функции Бесселя и Неймана полуцелых индексов через элементарные функции.

22. Дать определение функций Ханкеля.

23. Вычислить определитель Вронского функций Инфельда и Макдональда и найти общее решение модифицированного уравнения Бесселя.

24. Исходя из известных рекуррентных соотношений для функций Бесселя, доказать аналогичные соотношения для модифицированных функций.

25. Исследовать асимптотическое поведение цилиндрических функций (любых двух) в окрестности точек $x = 0$ и $x = \infty$.

26. С помощью обыкновенного дифференциального уравнения Лапласа доказать теорему об интегральном представлении частного решения уравнения Бесселя.

27. Исходя из интегрального представления решения уравнения Бесселя, доказать одну из формул (интегралов) Пуассона для функций Бесселя.

28. Найти решение задачи Штурма – Лиувилля для уравнения Бесселя.

29. Найти решение задачи Штурма – Лиувилля для уравнения Лежандра.

30. Дать определение присоединённых функций Лежандра. Найти частные решения уравнения Лежандра.

31. Дать определение сферических функций и получить условие их ортогональности.

32. Найти решение задачи Штурма – Лиувилля для уравнения Эрмита.

33. Доказать ортогональность полиномов Эрмита.

34. Решить задачу Штурма – Лиувилля для уравнения Лагерра и получить условие ортогональности полиномов Лагерра.

35. С помощью уравнения Пирсона получить обобщённое дифференциальное уравнение для классических ортогональных полиномов.

36. Получить формулу Родрига для классических ортогональных полиномов.

37. Получить формулу для производящей функции классических ортогональных полиномов.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1 на продвинутом уровне

Перечень вопросы устного опроса

1. Дать определение корректно поставленной задачи.
2. Провести редукцию начально-краевой задачи для уравнений математической физики.
3. Показать связь начально-краевой задачи для однородного уравнения (волнового или теплопроводности) с однородными граничными условиями с задачей Штурма – Лиувилля.
4. Показать связь начально-краевой задачи для неоднородного уравнения (волнового или теплопроводности) с однородными граничными условиями с задачей Штурма – Лиувилля.
5. Показать связь начально-краевой задачи для однородного уравнения с однородными начальными и неоднородными граничными условиями с задачей Штурма – Лиувилля.
6. Записать решение краевых задач для уравнений эллиптического типа через функцию Грина.
7. Получить фундаментальное решение уравнения Гельмгольца и Лапласа (плоский или пространственный случай).
8. Сформулировать основные свойства гармонических функций. Доказать любые два.
9. Дать понятие преобразования Кельвина и охарактеризовать поведение гармонических функций на бесконечности.
10. Поставить первую и третью краевые задачи. Сформулировать условия единственности и устойчивости их решения.
11. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач для уравнения Лапласа на плоскости (декартова или полярная система координат).
12. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач уравнения Лапласа в пространстве (цилиндрическая или сферическая система координат).
13. Вывести интеграл Пуассона или Дини.
14. Привести схему метода разделения переменных (Фурье) для краевых задач уравнения Гельмгольца.
15. Решить задачу Дирихле методом функций Грина.
16. Сформулировать один из методов построения функции Грина задачи Дирихле.
17. Вывести формулу Пуассона задачи Дирихле в пространстве.
18. Определить функцию Грина (Неймана) задачи Неймана для уравнения Лапласа и с ее помощью найти решение соответствующей задачи.
19. Сформулировать один из методов построения функции Грина задачи Неймана для уравнения Лапласа.
20. Решить задачу Коши для одномерного однородного волнового уравнения

методом Даламбера.

21. Решить задачу Коши для одномерного неоднородного волнового уравнения методом Даламбера. Сформулировать принцип Дюамеля.
22. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на полупрямой методом Даламбера.
23. Решить смешанную задачу для одномерного волнового уравнения на конечном отрезке методом Даламбера.
24. Решить смешанную задачу для одномерного однородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье. Дать определение фундаментального решения задачи.
25. Решить смешанную задачу для одномерного неоднородного волнового уравнения на конечном отрезке методом Фурье.
26. Сформулировать общую схему метода Фурье для одномерного волнового уравнения.
27. Получить решение уравнения Даламбера в виде сферической волны.
28. Поставить задачу Коши для уравнения Даламбера в пространстве. Вывести формулу Кирхгофа.
29. Поставить задачу Коши для уравнения Даламбера на плоскости. Вывести формулу Пуассона.
30. Сформулировать обобщенную задачу Коши для волнового уравнения в пространстве. Найти ее фундаментальное решение.
31. Методом Фурье решить задачу о колебаниях мембран или твёрдых тел.
32. Решить задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье.
33. Найти функцию Грина задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности и доказать ее свойства.
34. Решить задачу Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом функций Грина.
35. Решить смешанную задачу для одномерного уравнения теплопроводности методом функций Грина или методом Фурье.
36. Найти функцию Грина задачи Коши для уравнения теплопроводности в пространстве.
37. Привести общую схему решения уравнения теплопроводности в пространстве.

Уметь: решать задачи, творчески используя полученные знания.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1 на пороговом уровне

Перечень примерных домашних заданий

1. Найти общее решение дифференциального уравнения для функции $u = u(x, y)$:

а) $\dfrac{\partial^5 u}{\partial x^2 \partial y^3} = x^3 \sin y$; б) $\dfrac{\partial^4 u}{\partial x \partial y^3} = \dfrac{x}{(x^2+1)^2}$; в) $\dfrac{\partial^6 u}{\partial x^3 \partial y^3} = \mathrm{e}^{-2x}$; г) $\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} = 0$;

д) $\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 1$; е) $\dfrac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2} = x \sin(3x^2) y^2$; ж) $\dfrac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial y^2} = \cos(5y)$.

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения для функции $u = u(x, y)$:

а) $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{1}{y^2}\dfrac{\partial u}{\partial y} = u^2 + 1$; б) $\sqrt{1-x^2}\,\dfrac{\partial u}{\partial x} + y\dfrac{\partial u}{\partial y} = \dfrac{1}{u^3}$; в) $\dfrac{1}{x^2}\dfrac{\partial u}{\partial x} + (1+y^2)\dfrac{\partial u}{\partial y} = 1$;

г) $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{\sqrt{1+y^2}}{y}\dfrac{\partial u}{\partial y} = \mathrm{e}^u$; д) $\dfrac{1}{x}\dfrac{\partial u}{\partial x} + \dfrac{1}{y}\dfrac{\partial u}{\partial y} = 4$ при условии $u(0, y) = y^2$.

3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение для функции $u = u(x, y)$:

а) $u''_{xx} + xy u''_{yy} = 0$; б) $\mathrm{e}^{2x} u''_{xx} + 2\,\mathrm{e}^{x+y} u''_{xy} + \mathrm{e}^{2y} u''_{yy} = 0$; в) $y^2 u''_{xx} - \mathrm{e}^{2x} u''_{yy} + u'_x = 0$;

г) $x u''_{xx} + 2\sqrt{xy}\, u''_{xy} + y u''_{yy} - u'_x = 0$; д) $u''_{xx} + 2u''_{xy} + 4u''_{yy} + 2u'_x + 3u'_y = 0$.

4. Решить краевую задачу Штурма – Лиувилля:

а) $y''(x) - 2y'(x) + \lambda y(x) = 0$, $y(0) = y'(2) = 0$; б) $\left(xy'(x)\right)' + \lambda \dfrac{y(x)}{x} = 0$, $y(1) = y(2) = 0$.

Записать соотношение ортогональности для собственных функций задачи.

5. Используя интегральное представление для функций Бесселя $J_n(x) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \mathrm{e}^{-\mathrm{i}x\sin\varphi + \mathrm{i}n\varphi}\mathrm{d}\varphi$, вычислить интеграл $\displaystyle\int_0^{+\infty} J_1(xt)\,\mathrm{e}^{-yt}\mathrm{d}t$ $(y > 0)$.

6. Используя представление функций Бесселя в виде ряда $J_\alpha(x) = \displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k x^{\alpha+2k}}{2^{\alpha+2k} k!\,\Gamma(\alpha+k+1)}$, найти функции Бесселя $J_{1/2}(x)$ и $J_{-1/2}(x)$.

7. С помощью представления функций Бесселя в виде ряда найти функцию $\dfrac{n}{x} J_n(x) + J'_n(x)$.

8. Используя представление функций Бесселя в виде ряда, вычислить интеграл $\displaystyle\int_0^{+\infty} J_\alpha(\lambda\rho)\,\mathrm{e}^{-t\lambda^2}\lambda^{\alpha+1}\mathrm{d}\lambda$ $(t > 0)$.

9. Проверить справедливость интегрального представления для функции Бесселя $J_0(x) = \dfrac{2}{\pi}\displaystyle\int_0^1 \frac{\cos(xt)}{\sqrt{1-t^2}}\mathrm{d}t$.

10. Непосредственной проверкой убедиться в том, что полином Лежандра $P_m(\cos\theta) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{\pi} \left(\cos\theta + \mathrm{i}\sin\theta\cos\varphi\right)^m \mathrm{d}\varphi$.

11. Показать, что если функция $\upsilon(x)$ удовлетворяет уравнению Лежандра $(1-x^2)\upsilon''(x)-2x\upsilon'(x)+m(m+1)\upsilon(x)=0$, то для функции $y(x)=\upsilon^{(n)}(x)$ справедливо уравнение $(1-x^2)y''(x)-2(n+1)xy'(x)+(m-n)(m+n+1)y(x)=0$.

12. С помощью замены переменной $x=\cos\theta$ найти общее решение уравнения Чебышёва $(1-x^2)u''(x)-xu'(x)+n^2u(x)=0$ в области $-1\le x\le 1$.

13. С помощью производящей функции $\Psi(x,t)=\dfrac{1}{(1-t)^{\alpha+1}}\exp\left(-\dfrac{xt}{1-t}\right)$ получить формулу Родрига для полиномов Лагерра $L_n(x)$.

Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1 на продвинутом уровне

Перечень примерных вариантов контрольной работы

1 вариант

1. Найти общее решение дифференциального уравнения для функции $u=u(x,y)$:
$\dfrac{\partial^5 u}{\partial x^4\partial y}=y\,\mathrm{e}^{2y^2}$.

2. Найти общий интеграл дифференциального уравнения для функции $u=u(x,y)$:
$\dfrac{1}{x^2+1}\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{1}{y}\dfrac{\partial u}{\partial y}=\dfrac{1}{\sin u}$.

3. Привести к каноническому виду дифференциальное уравнение для функции $u=u(x,y)$: $u''_{xx}-2u''_{xy}-3u''_{yy}=0$.

4. Решить краевую задачу Штурма – Лиувилля $y''(x)+\lambda y(x)=0$, $y'(0)=y'(l)=0$. Записать соотношение ортогональности для собственных функций задачи.

5. Используя представление функций Бесселя в виде ряда, вычислить $J_0'(x)$.

6. Используя интегральное представление функций Бесселя целого порядка, выразить интеграл $\dfrac{1}{2\pi}\int\limits_{-\pi}^{\pi}\mathrm{e}^{\mathrm{i}\lambda\rho\sin(\varphi+\theta)+\mathrm{i}m\theta}\mathrm{d}\theta$ через функцию Бесселя.

7. Вычислить интеграл $\int\limits_0^{\pi}P_n(\cos\theta)\sin^3\theta\,\mathrm{d}\theta$, где $P_n(x)$ – полином Лежандра.

8. Вычислить интеграл $\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{T_n^2(x)\,\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}}$, где $T_n(x)=\cos(n\arccos x)$ – полином Чебышева.

2 вариант

1. Найти решение уравнения Лапласа $u''_{xx}+u''_{yy}=0$ в области $0<x<a$, $0<y<b$, удовлетворяющее граничным условиям $u'_x(0,y)=0$, $u(a,y)=0$, $u(x,0)=A\cos\dfrac{(2k-1)\pi x}{2a}$, $u(x,b)=B\cos\dfrac{(2m-1)\pi x}{2a}$.

2. Найти гармоническую функцию $u(r,\varphi)$ внутри круга $r<R$, удовлетворяющую условию $u'_r(R,\varphi)=\sin^3\varphi$.

3. Найти решение задачи распространения тепла $u'_t=a^2u''_{xx}+A\sin\frac{\pi mx}{l}\cos(\omega t)$ на интервале $0<x<l$, удовлетворяющее условиям $u(0,t)=u(l,t)=u(x,0)=0$.

4. Найти решение задачи Коши для уравнения теплопроводности $u'_t=a^2u''_{xx}$, $u(x,0)=\varphi(x)$, где $\varphi(x)=\begin{cases}u_0, & x_1\le x\le x_2;\\ 0, & x<x_1,\ x>x_2.\end{cases}$

5. Найти решение задачи колебания струны $u''_{tt}=a^2u''_{xx}+A\sin\frac{\pi mx}{l}e^{-\gamma t}\sin(\omega t)$ на интервале $0<x<l$, удовлетворяющее условиям $u(0,t)=u(l,t)=u(x,0)=0$, $u'_t(x,0)=0$.

6. Решить задачу колебания струны $u''_{tt}=a^2u''_{xx}$ на интервале $0<x<l$, если заданы условия $u(0,t)=0$, $u(l,t)=0$, $u(x,0)=A\sin\frac{\pi x}{l}$, $u'_t(x,0)=B$.

Владеть: теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач.
Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1 на продвинутом уровне

Перечень заданий для практической подготовки

1. Найти решение уравнения Лапласа $u''_{xx}+u''_{yy}=0$ в области $0<x<a$, $0<y<b$, удовлетворяющее условиям $u(0,y)=0$, $u(a,y)=0$, $u(x,0)=A\sin\frac{\pi kx}{a}$, $u(x,b)=B\sin\frac{\pi mx}{a}$.

2. Найти решение $u(x,y)$ задачи Дирихле для гармонических функций в круге $x^2+y^2<1$, если на окружности $x^2+y^2=1$ имеет место условие $u(\cos\varphi,\sin\varphi)=\sin(2\varphi)$, $0\le\varphi\le 2\pi$.

3. Найти функцию Грина для полупространства и полуплоскости в случае первой краевой задачи.

4. Построить функцию источника для шара и круга методом электростатических изображений.

5. Найти условие, при соблюдении которого в круге $r=\sqrt{x^2+y^2}<b$ корректно поставлена задача Неймана $u''_{xx}(x,y)+u''_{yy}(x,y)=0$ $(0\le r<b)$, $\left.\frac{\partial u}{\partial r}\right|_{r=b}=\left.g(x,y)\right|_{r=b}$, если:

а) $g(x,y)=A$; б) $g(x,y)=2x^2+A$; в) $g(x,y)=2xy$; г) $g(x,y)=Ay^2+B$.

6. Найти решения для уравнения Лапласа $\Delta u(x,y,z)=0$ в шаре $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}<R$ с условием ограниченности функции $u(x,y,z)$ на этом шаре.

7. Найти решение задачи распространения тепла $u'_t=a^2u''_{xx}+A\cos\frac{(2m-1)\pi x}{2l}\cos(\omega t)$

на интервале $0 < x < l$, удовлетворяющее условиям $u'_x(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$, $u(x,0) = 0$.

8. Найти решение неоднородного уравнения теплопроводности $u'_t = a^2 u''_{xx} + f(x,t)$ на интервале $0 < x < l$, удовлетворяющее начальному условию $u(x,0) = \varphi(x)$ и граничными условиями $u(0,t) = 0$, $u(l,t) = 0$.

9. Начальная температура однородного шара $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \le R$ равна T_0. Найти температуру шара в последующие моменты времени $t > 0$, если:
а) поверхность шара поддерживается при температуре, равной нулю;
б) внутрь шара через его поверхность подаётся постоянный тепловой поток плотностью q.

10. Методом функции Грина решить задачу Коши $u'_t = 2\Delta u + t\cos x$ для функции $u = u(x, y, z, t)$, удовлетворяющей начальному условию $u(x, y, z, 0) = \cos y \cos z$.

11. Найти решение задачи колебания струны $u''_{tt} = a^2 u''_{xx} + A\sin\frac{(2m-1)\pi x}{2l} e^{-\gamma t}\cos(\omega t)$ на интервале $0 < x < l$, удовлетворяющее условиям $u(0,t) = 0$, $u'_x(l,t) = 0$, $u(x,0) = 0$, $u'_t(x,0) = 0$.

12. Решить уравнение $u''_{tt} = a^2 u''_{xx} - b^2 u + A$ на интервале $0 < x < l$ при нулевых начальных условиях $u(x,0) = 0$, $u'_t(x,0) = 0$ и граничных условиях $u(0,t) = B$, $u(l,t) = C$.

13. Решить задачу для уравнения колебаний в пространстве $u''_{tt}(x, y, z, t) = a^2 \Delta u(x, y, z, t)$, предполагая, что начальная скорость $u'_t(x, y, z, 0) = 0$, а начальное отклонение $u(x, y, z, 0) = \begin{cases} A\cos\frac{\pi r}{2R}, & r \le R; \\ 0, & r > R. \end{cases}$ Здесь $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

14. Используя формулу Кирхгофа, решить задачу Коши $u''_{tt} = 8\Delta u + (tx)^2$ для функции $u = u(x, y, z, t)$, удовлетворяющей начальным условиям $u(x, y, z, 0) = y^2$, $u'_t(x, y, z, 0) = z^2$.

Промежуточная аттестация

ОПК-1. Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.
Знать: понятия и теоремы с идеями доказательств и (или) доказательствами.
Уметь: решать задачи, творчески используя полученные знания.
Владеть: теоретическими знаниями и практическими умениями, применяя их в предметной области при решении профессиональных задач.
Задания, необходимые для оценивания сформированности ОПК-1

Перечень вопросов для зачета

1. Малые продольные колебания упругого стержня и малые поперечные колебания упругой струны.

2. Процессы диффузии и теплопроводности.
3. Стационарное распределение тепла. Задачи электростатики. Установившиеся электромагнитные колебания.
4. Постановка задач математической физики с начальными и граничными условиями.
5. Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка. Характеристические уравнения.
6. Решение дифференциальных уравнений в частных производных 1-го порядка с помощью характеристик.
7. Задача Коши для линейных дифференциальных уравнений в частных производных 1-го порядка.
8. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными. Каноническая форма уравнений.
9. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений в частных производных 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
10. Классификация уравнений в частных производных 2-го порядка в случае многих независимых переменных.
11. Первая и вторая формулы Грина.
12. Полные и замкнутые системы функций.
13. Общая схема метода разделения переменных для однородного уравнения.
14. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения. Неоднородные граничные условия.
15. Простейшие задачи Штурма – Лиувилля.
16. Уравнение специальных функций и свойства его решений. Цилиндрические функции. Уравнение Бесселя.
17. Степенной ряд для функций Бесселя, рекуррентные формулы. Функции Бесселя полуцелого порядка.
18. Интегральное представление функций Бесселя.
19. Функции Ханкеля и их интегральное представление. Связь функций Ханкеля и Бесселя.
20. Функция Неймана. Линейная независимость цилиндрических функций.
21. Асимптотика цилиндрических функций.
22. Цилиндрические функции чисто мнимого аргумента. Функции Инфельда и Макдональда.
23. Определение и основные свойства классических ортогональных полиномов.
24. Производящая функция классических ортогональных полиномов.
25. Полиномы Якоби. Полиномы Лежандра. Полиномы Чебышёва.
26. Полиномы Лагерра. Полиномы Эрмита.
27. Присоединенные функции Лежандра.
28. Краевая задача для присоединённых функций Лежандра. Полнота и замкнутость систе-мы присоединенных функций Лежандра.

29. Сферические функции. Шаровые функции. Собственные функции оператора Лапласа для канонических областей.
30. Собственные функции круга. Собственные функции цилиндра. Собственные функции шара.
31. Общие свойства гармонических функций. Внутренние краевые задачи для уравнения Лапласа. Внутренняя задача Дирихле. Внутренние вторая и третья краевые задачи.
32. Внешние краевые задачи. Функции, регулярные на бесконечности. Единственность решения внешних задач в трехмерном случае.
33. Единственность решения внешних задач для уравнения Лапласа на плоскости. Функция Грина оператора Лапласа.
34. Функция Грина внутренней задачи Дирихле оператора Лапласа. Функция Грина внутренней третьей краевой задачи.
35. Функция Грина внутренней задачи Неймана. Функции Грина внешних краевых задач.
36. Функция Грина задачи Дирихле на плоскости.
37. Краевые задачи для уравнения Лапласа в круге, вне круга и в кольце.
38. Краевая задача для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
39. Постановка начально-краевой задачи уравнения параболического типа. Принцип максимума. Теоремы единственности и устойчивости.
40. Существование решения уравнения теплопроводности в случае ограниченной области. Функция Грина.
41. Неоднородное уравнение теплопроводности и неоднородные граничные условия.
42. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение, интеграл Пуассона.
43. Неоднородное уравнение теплопроводности на бесконечной прямой.
44. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Формула Грина для уравнения теплопроводности.
45. Постановка начально-краевой задачи для уравнения колебаний в ограниченной области. Теорема единственности, устойчивость решения.
46. Вынужденные колебания ограниченной струны. Формула Грина для уравнения колебаний.
47. Уравнение колебаний на неограниченной прямой. Постановка задачи с начальными условиями для неограниченной струны. Формула Даламбера.
48. Существование, единственность и устойчивость решения задачи Коши для колебаний струны. Физическая интерпретация решения.
49. Колебания струны под действием мгновенного сосредоточенного импульса. Задачи на полуограниченной прямой. Однородные граничные условия первого и второго рода.
50. Колебания струны в неограниченном пространстве. Сферически-симметричный случай. Формула Кирхгофа. Формула Пуассона.

51. Уравнение Гельмгольца. Фундаментальные решения уравнения Гельмгольца. Потенциалы уравнения Гельмгольца.
52. Внутренние задачи для уравнения Гельмгольца. Функция Грина краевых задач для уравнения Гельмгольца. Условия излучения. Принцип предельного поглощения.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Требования к зачету

Шкала оценивания ответов студентов на зачет

Количество баллов	Критерии оценивания
21-30	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
14-20	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
7-13	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 6	имеет место неусвоение основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка	Балл
Зачтено	41-100
Не зачтено	0-40