

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Наумова Наталия Александровна  
Должность: Ректор  
Дата подписания: 24.10.2020 14:21:41  
Уникальный программный ключ:  
6b5279da4e034bffa79172803da5b7b559fc69e2

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ**  
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ**  
(МГОУ)

Физико-математический факультет  
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания  
математики

УТВЕРЖДЕН на заседании кафедры  
Протокол от «21» 05 2020 г., № 11  
Зав. Кафедрой  / Рассудовская М.М./

**ФОНД  
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ**

по дисциплине  
**Теория графов**

Направление подготовки  
**44.03.01 – Педагогическое образование**

Профиль  
**Математика**

Мытищи  
2020

Автор-составитель:  
Пинчук Ирина Александровна,  
кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной  
математики и методики преподавания математики

Рабочая программа дисциплины «Теория графов» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

## 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Теория графов» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции.

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                                                                                                       | Этапы формирования                                         |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------|
| ДПК-5 готов к разработке и реализации программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы                                                                                                                                                     | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа |
| СПК-1 «Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности» | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа |

## 2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания (из РПД)

Ниже представлен материал, отражающий показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах изучения дисциплины. Задания для студентов представлены на двух уровнях: пороговом и продвинутом. Для оценки сформированности компетенций на данных уровнях применена 100 - балльная шкала. Достижения обучающихся по отдельным видам компетенций оцениваются от 41 до 100 баллов. При этом максимальное число баллов за выполненную работу на пороговом уровне принимается от 41 до 60 баллов, на продвинутом – от 61 до 100 баллов.

| Оцениваемые компетенции | Уровень сформированности | Этап формирования                                          | Описание показателей                                                                                                                       | Критерии оценивания                                                                      | Шкала оценивания |
|-------------------------|--------------------------|------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| ДПК-5                   | Пороговый                | 1. Работа на учебных занятиях<br>2. Самостоятельная работа | Знать приемы решения задач теории графов.<br>Уметь логически построить решение задачи, собирать и систематизировать практический материал, | Текущий контроль; устный опрос (групповой или индивидуальный); проверка домашних заданий | 41-60            |

|       |             |                                                          |                                                                                                                                             |                                                                                            |        |
|-------|-------------|----------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
|       |             |                                                          | строить математические модели типовых профессиональных задач                                                                                |                                                                                            |        |
|       | Продвинутой | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа | Достижение поставленных целей с помощью методов теории графов для решения профессиональных задач                                            | Текущий контроль, проверка домашних заданий, Контрольная работа 1, зачет                   | 61-100 |
| СПК-1 | Пороговый   | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа | Владеет основными навыками работы с источниками информации для самостоятельного приобретения знаний с использованием современных технологий | Текущий контроль, устный опрос (групповой или индивидуальный)                              | 41-60  |
|       | Продвинутой | 1.Работа на учебных занятиях<br>2.Самостоятельная работа | Умеет приобретать самостоятельно новые знания с использованием современных образовательных и информационных технологий                      | Текущий контроль, устный опрос, контрольная работа 2, проверка семестрового задания, зачет | 61-100 |

**3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **Список вопросов к зачету**

1. Основные определения теории графов.
2. Степень вершины. Лемма о рукопожатиях.
3. Виды графов.
4. Способы задания графов.
5. Операции над графами.
6. Маршруты, цепи, циклы
7. Эйлеровы графы, критерий эйлера графа.
8. Гамильтоновы графы, достаточные условия.
9. Задачи, связанные с поиском гамильтоновых графов.
10. Плоские и планарные графы.
11. Раскраски графов

### **Вопросы для проведения устных опросов**

1. Дайте определение графа.
2. Каково графическое представление графа?
3. Какие виды графа существуют?
4. Какие графы называются ориентированными?
5. Какие графы называются неориентированными?
6. Что такое степень вершины?
7. Дать определение двудольного графа.
8. Сформулируйте лемму о рукопожатии.
9. Дать определение однородному графу.
10. Дать определение полному графу.
11. Дайте определение связного графа.
12. Дать определение операции объединения графов.
13. Дать определение разборке графов.
14. Какими способами можно задать граф?
15. Дать определение маршрута.
16. Что такое цепь и цикл в графе?
17. Какие графы называются эйлеровыми?
18. Какие графы называются гамильтоновыми?
19. Сформулируйте критерий эйлера графа.
20. Дайте определение дерева.
21. Дайте определение правильной раскраски графа?
22. Какие графы называются плоскими?
23. Какие графы называются планарными?
24. Какие графы не являются планарными?
25. Сформулируйте критерий планарности графа.
26. Сформулируйте теорему Эйлера.
27. Опишите исторические задачи теории графов.

### **Контрольная работа 1**

1. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,2,3), (1,3,7), (1,6,8), (2,6,4), (2,8,1), (3,4,5), (3,6,9), (3,7,2), (4,8,1), (5,6,4), (5,7,1).

Требуется

1. Нарисовать граф  $G$ ;

2. Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  3. Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
  4. Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  5. Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  6. Постройте дополнение заданного графа;
  7. Найти минимальный остов графа и его вес.
2. Граф  $G$  задан списком ребер (каждый элемент списка – это тройка чисел: номера двух смежных вершин и вес ребра их соединяющего): (1,4,8), (1,5,4), (1,6,6), (1,8,3), (2,3,1), (2,6,5), (3,8,7), (4,5,9), (4,7,2), (6,7,5), (7,8,1).
- Требуется
1. Нарисовать граф  $G$ ;
  2. Найти степенную последовательность графа  $G$ . Укажите четные и нечетные вершины;
  3. Обозначить ребра и найти матрицу инцидентности графа;
  4. Определить минимальное число ребер, которые надо убрать, чтобы граф распался на две компоненты связности;
  5. Найти в графе одну простую цепь наибольшей длины;
  6. Постройте дополнение заданного графа;
  7. Найти минимальный остов графа и его вес.
3. В офисе 15 телефонов. Можно ли их соединить проводами так, чтобы каждый телефон был соединен ровно с 6 другими? Может ли в офисе, в котором каждый телефон соединен ровно с 5 другими, быть ровно 17 телефонов?
4. В группе 30 студентов. Можно ли распределить их так, чтобы каждый имел ровно 5 друзей? Может ли в группе, в которой у каждого студента ровно по 6 друзей, быть ровно 29 человек?

### Контрольная работа 2

1. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.
2. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?
3. Доказать, что для всякого  $n \geq 3$  существует  $n$ -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий  $n-1$  вершин с неравными друг другу степенями.
4. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
5. Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?
6. Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.

### Семестровое задание для самостоятельной работы

1. В стране Цифра есть 9 городов с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Путешественник обнаружил, что два города соединены авиалинией в том и только в том случае, если двузначное число, составленное из цифр-названий этих городов, делится на 3. Можно ли добраться из города 1 в город 9?
2. В государстве 100 городов, и из каждого из них выходит 4 дороги. Сколько всего дорог в государстве?
3. Докажите, что в дереве есть вершина, из которой выходит ровно одно ребро (такая вершина называется висячей).
4. В классе 30 человек. Может ли быть так, что 9 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 – по 4 друга, а 10 – по 5 друзей?
5. Докажите, что при удалении любого ребра из дерева оно превращается в несвязный граф.
6. а) Дан кусок проволоки длиной 120 см. Можно ли, не ломая проволоки, изготовить каркас куба с ребром 10 см?  
б) Какое наименьшее число раз придется ломать проволоку, чтобы всё же изготовить требуемый каркас?
7. Грани некоторого многогранника раскрашены в два цвета так, что соседние грани имеют разные цвета. Известно, что все грани, кроме одной, имеют число рёбер, кратное 3. Доказать, что и эта одна грань имеет кратное 3 число рёбер.
8. В компании у каждых двух людей ровно пять общих знакомых. Докажите, что количество пар знакомых делится на 3.

Подсказка

Выразите количество троек попарно знакомых людей через количество пар знакомых.

9. 12 шахматистов сыграли турнир в один круг. Потом каждый из них написал 12 списков. В первом только он, в  $(k+1)$ -м – те, кто были в  $k$ -м и те, у кого они выиграли. Оказалось, что у каждого шахматиста 12-й список отличается от 11-го. Сколько было ничьих?
10. Дано несколько белых и несколько чёрных точек. Из каждой белой точки идет стрелка в каждую чёрную, на каждой стрелке написано натуральное число. Известно, что если пройти по любому замкнутому маршруту, то произведение чисел на стрелках, идущих по направлению движения, равно произведению чисел на стрелках, идущих против направления движения. Обязательно ли тогда можно поставить в каждой точке натуральное число так, чтобы число на каждой стрелке равнялось произведению чисел на ее концах?
11. В стране Мера расположено несколько замков. Из каждого замка ведут три дороги. Из какого-то замка выехал рыцарь. Странствуя по дорогам, он из каждого замка, стоящего на его пути, поворачивает либо направо, либо налево по отношению к дороге, по которой приехал. Рыцарь никогда не сворачивает в ту сторону, в которую он свернул перед этим. Доказать, что когда-нибудь он вернётся в исходный замок.
12. Между зажимами А и В включено несколько сопротивлений. Каждое сопротивление имеет входной и выходной зажимы. Какое наименьшее число сопротивлений необходимо иметь и какова может быть схема их соединения, чтобы при порче любых девяти сопротивлений цепь оставалась соединяющей зажимы А и В, но не было короткого замыкания? (Порча сопротивления: короткое замыкание или обрыв.)
13. В классе учатся 15 мальчиков и 15 девочек. В день 8 Марта некоторые мальчики позвонили некоторым девочкам и поздравили их с праздником (никакой мальчик не звонил одной и той же девочке дважды). Оказалось, что детей можно единственным образом разбить на 15 пар так, чтобы в каждой паре оказались мальчик с девочкой, которой он звонил. Какое наибольшее число звонков могло быть сделано?
14. Докажите, что среди любых шести человек есть либо трое попарно знакомых, либо трое попарно незнакомых.
15. За круглым столом сидят несколько гостей. Некоторые из них знакомы между собой; знакомство взаимно. Все знакомые каждого гостя (считая его самого) сидят вокруг стола через равные промежутки. (Для другого человека эти промежутки могут быть другими.)

Известно, что каждые двое имеют хотя бы одного общего знакомого. Докажите, что все гости знакомы друг с другом.

16. В классе больше 32, но меньше 40 человек. Каждый мальчик дружит с тремя девочками, а каждая девочка – с пятью мальчиками. Сколько человек в классе?

17. Можно ли провести в городе 10 автобусных маршрутов и установить на них остановки так, что какие бы 8 маршрутов ни были взяты, найдётся остановка, не лежащая ни на одном из них, а любые 9 маршрутов проходят через все остановки.

18. Изобразить все попарно неизоморфные 4-вершинные графы без петель и кратных ребер.

19. Построить все попарно неизоморфные несвязные 5-вершинные графы, не имеющие петель, кратных ребер и изолированных вершин.

20. Изобразить все попарно неизоморфные 6-вершинные графы без петель и кратных ребер, состоящие: из 4 компонент; 2) из 3 компонент; 3) из одной компоненты и имеющие 7 ребер и 2 висячие вершины.

21. Сколько существует попарно неизоморфных 6-вершинных графов без петель и кратных ребер со следующим набором степеней вершин: (2, 2, 3, 3, 3, 5)?

22. Сколько существует попарно неизоморфных, не имеющих петель и кратных ребер кубических графов с 6 вершинами? Есть ли среди них двудольные графы?

23. Существует ли 6-вершинный граф без петель и кратных ребер, имеющий такой набор степеней вершин: (2, 2, 2, 4, 5, 5)?

24. Выяснить, какие наборы степеней вершин могут быть у 6-вершинных связных графов без петель и кратных ребер, имеющих 7 ребер и содержащих вершину степени 2 и вершину степени 3. Для каждого допустимого набора степеней вершин построить пример соответствующего графа.

25. Показать, что в любом графе без петель и кратных ребер, содержащем не менее 2 вершин, найдутся 2 вершины с одинаковыми степенями.

26. Доказать, что для всякого  $n \geq 3$  существует  $n$ -вершинный связный граф без петель и кратных ребер, содержащий  $n-1$  вершин с неравными друг другу степенями.

#### **4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ», утвержденного решением Ученого совета МГОУ от 20 февраля 2012 года протокол №4.

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Основными формами текущего и итогового контроля являются устные опросы группы во время практических занятий, контрольные работы, рефераты, семестровое задание для самостоятельной работы и зачет.



Проверка выполнения домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов, обсуждение хода выполнения семестрового задания.

Итоговая оценка знаний студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов, которые конвертируется в оценку по пятибалльной шкале (итоговая форма контроля – зачет), по следующей схеме:

| Шкала оценок при 100-балльной системе за экзамен<br>Оценка по 5-балльной системе |                     |            | Оценка по 100-балльной системе |
|----------------------------------------------------------------------------------|---------------------|------------|--------------------------------|
| 5                                                                                | Отлично             | зачтено    | 81 — 100                       |
| 4                                                                                | Хорошо              |            | 61 — 80                        |
| 3                                                                                | Удовлетворительно   |            | 41 — 60                        |
| 2                                                                                | Неудовлетворительно | не зачтено | 0 — 40                         |

Учебный семестр:

Общая оценка (100 баллов) складывается из оценки за текущую успеваемость (80 баллов) и оценки за зачет (20 баллов):

Учебный семестр:

1) Посещение занятий – 3 балл.

За семестр – 24 баллов по числу занятий (лекции, практические).

2) 2 контрольные работы – 20 баллов.

3) Реферат – 4 балла.

4) Полный и правильный ответ на устный вопрос – 5 баллов.

5) Выполнение заданий семестровой работы – 24 балла.

6) Зачет – 20 баллов.

Итого за учебный семестр – 100 баллов.