

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b0b11414c

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020 г.
Начальник управления _____
/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол _____ 2020 г. № 4
Председатель _____
/Т.Е. Суслин/



Рабочая программа дисциплины
Теория вероятностей

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование

Профиль:
Математика

Квалификация
Бакалавр

Формы обучения
Очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 21 » 10 2020 г. № 20
Председатель УМКом _____
/ Барабанова Н.Н. /

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, элементарной математики и
методики преподавания математики

Протокол « 21 » 10 2020 г. № 11
Зав. кафедрой _____
/ Рассудовская М.М. /

Мытищи
2020

Авторы-составители:

Рассудовская М.М., кандидат педагогических наук, профессор кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики МГОУ,
Кулешова Ю.Д., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры, элементарной математики и методики преподавания математики МГОУ

Рабочая программа дисциплины «Теория вероятностей» составлена в соответствии с требованиями Федерального Государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиль «Математика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.18г. № 121.

Дисциплина входит в базовую часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Планируемые результаты обучения	4
2.	Место дисциплины в структуре образовательной программы	5
3.	Объем и содержание дисциплины	5
4.	Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся	7
5.	Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	8
6.	Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины	21
7.	Методические указания по освоению дисциплины	23
8.	Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	23
9.	Материально-техническое обеспечение дисциплины	24

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цели и задачи дисциплины

Целями освоения дисциплины «Теория вероятностей» являются - изучение вероятностных моделей и их теоретических основ; алгебры событий; типов сходимости последовательностей независимых событий и независимых случайных величин; закона больших чисел; стохастической зависимости случайных величин с доказательствами и рассмотрением возможности изучения этих вопросов в школе.

Задачи дисциплины:

- знакомство студентов с основными понятиями теории вероятностей, закономерностями науки;
- формирование у студентов представлений о вероятности события, случайных величинах, законах распределения случайных величин;
- освоение навыков расчета числовых характеристик случайных величин, построения и проверки гипотез о виде законов распределения случайных величин;
- рассмотрение возможности преподавания теории вероятностей в школе;
- использование студентами понятий и законов «теории вероятностей» в ходе решения прикладных задач, специфических для области их профессиональной деятельности.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ОПК – 8 – Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина относится к дисциплинам физико-математического цикла блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения.

Для освоения дисциплины «Теория вероятностей» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Введение в математику», «Математический анализ», «Алгебра», «Геометрия».

Компетенции, знания, навыки и умения, полученные в ходе изучения дисциплины «Теория вероятностей», должны всесторонне использоваться и развиваться студентами:

- на всех этапах обучения в вузе при изучении дисциплин различных блоков, проведении научных исследований, выполнении контрольных домашних заданий, подготовке курсовых и выпускных квалификационных работ;
- в ходе прохождения практики;

- в ходе дальнейшего обучения в магистратуре и аспирантуре;
- в процессе последующей профессиональной деятельности.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения		
	Очная	Заочная	Очно-заочная
Объем дисциплины в зачетных единицах	3		
Объем дисциплины в часах	108		
Контактная работа:	74.3		
Лекции	36		
Практические занятия	36		
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	2.3		
Экзамен	0.3		
Предэкзаменационная консультация	2		
Самостоятельная работа	24		
Контроль	9.7		

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 7 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Лекции	Практические занятия
Тема 1. Основные понятия теории вероятностей. Опыт, событие. Элементарные и составные события. Совместные, несовместные события. Полная группа событий. Достоверное событие. Случаи (шансы). Случаи, благоприятные данному событию. Классическое определение вероятности. Основные свойства вероятности. Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач. Частота события.	2	2
Тема 2. Статистические и геометрические методы вычисления вероятностей. Закон устойчивости частот. Статистическое определение вероятности события. Статистический и геометрический методы вычисления вероятностей.	2	2
Тема 3. Алгебра событий. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Теоремы сложения и умножения. Сумма (объединение) событий. Произведение (пересечение) событий. Эквивалентные события. Противоположные события. Обобщенная теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2	2
Тема 4. Последовательность независимых испытаний. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Биноминальное распределение вероятностей. Наивероятнейшее число	2	2

наступления события. Обобщенная формула Бернулли.		
Тема 5. Асимптотические формулы. Закон Пуассона. Теорема Муавра-Лапласа. Закон Пуассона. Локальная и интегральная теорема Муавра-Лапласа. Задача об оценке вероятности по частоте.	2	2
Тема 6. Аксиоматическое построение теории вероятностей. Исторические факты. Поле событий. δ - алгебра событий. Вероятностное пространство.	2	2
Тема 7. Случайные величины. Понятие случайной величины. Виды случайных величин. Закон распределения случайной величины. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Функции распределения случайной величины. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал.	4	4
Тема 8. Характеристики положения случайной величины. Характеристики положения случайной величины, их роль и назначение. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.	2	2
Тема 9. Характеристики рассеивания случайной величины. Целесообразность введения характеристик рассеивания случайной величины. Дисперсия и ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Понятие о моментах распределения. Одинаково распределенные взаимно независимые случайные величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение среднего арифметического одинаково распределенных взаимно независимых случайных величин. Характеристическая случайная величина и ее числовые характеристики.	4	4
Тема 10. Законы распределения некоторых случайных величин и их числовые характеристики. Биноминальный закон распределения, закон распределения Пуассона, закон распределения Паскаля. Закон равномерного распределения. Нормальное распределение (распределение Гаусса). Влияние параметров нормального распределения на форму кривой распределения. Вероятность попадания в заданный интервал нормально распределенной случайной величины. Вероятность заданного отклонения. Правило трех сигм. Понятие о предельной теореме Ляпунова.	4	4
Тема 11. Закон больших чисел. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Сущность теоремы Чебышева. Теорема Бернулли.	2	2
Тема 12. Система случайных величин. Понятие векторной случайной величины. Закон распределения системы случайных величин. Закон распределения двумерной дискретной случайной величины. Функции распределения двумерной случайной величины. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Зависимые и независимые случайные величины. Необходимое и достаточное условие независимости случайных величин.	4	4
Тема 13. Условные законы распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Элементы	4	4

теории корреляции. Условные законы распределения составляющих системы случайных величин. Числовые характеристики системы двух случайных величин. Элементы теории корреляции. Линейная корреляция и ее параметры. Коэффициент регрессии и коэффициент корреляции, оценки их по выборочным данным.		
Итого:	36	36

Форма промежуточной аттестации: экзамен в 7 семестре

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Основные понятия теории вероятностей	Опыт. События. Виды событий. Случаи. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности. Частота. Статистические и геометрические методы вычисления вероятностей.	6	Работа с литературой. Решение задач. Методика изучения вопросов в школе	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Решение задач
Биномиальное распределение	Схема испытаний Бернулли. Биномиальное распределение вероятностей. Бином Ньютона. Формула Бернулли. Формула наивероятнейшего появления события.	6	Работа с литературой. Подготовка к контрольной работе	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Контрольная работа
Случайные величины	Понятие случайных величин. Виды случайных величин. Законы распределения случайных величин. Ряд распределения. Функции распределения. Вероятность попадания случайной величины на заданный интервал.	6	Работа с литературой. Изучение случайных величин в школьном курсе математики. Задания для самостоятельного решения.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Решение задач
Одинаково распределенные случайные величины	Одинаково распределенные случайные величины, их числовые характеристики.	6	Работа с литературой. Решение задач.	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Обсуждение на консультациях.
Нормальное распределение. Функции распределения двумерной системы	Нормальное распределение. Кривая Гаусса. Вероятность попадания в заданный интервал нормального распределения случайной величины. Правило 3 сигм.	6	Работа с литературой. Практическое применение изучаемого материала. Решение задач. Подготовка к	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Индивидуальные домашние задания; тест

	Система случайных величин. Законы распределения системы. Функции распределения двумерной системы. Вероятность попадания случайной точки в прямоугольник. Зависимые и независимые случайные величины		контрольной работе.		
Условные законы распределения	Условные законы распределения. Числовые характеристики системы случайных величин. Элементы теории корреляции.	6	Работа с литературой. Решение задач	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет.	Контрольная работа

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Изучение дисциплины «Теория вероятностей» позволяет сформировать у бакалавров следующие компетенции:

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ОПК – 8 – Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Ниже представлен материал, отражающий показатели и критерии оценивания сформированности компетенций на различных этапах изучения дисциплины. Задания для студентов представлены на двух уровнях: пороговом и продвинутом. Для оценки сформированности компетенций на данных уровнях применена 100 – балльная шкала.

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания, баллы
-------------------------	--------------------------	-------------------	----------------------	---------------------	-------------------------

ОПК-8	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знает: основные законы теории вероятностей, теоретические основы педагогической деятельности. Умеет: осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Посещение, домашнее задания, опросы, контрольная работа, тесты, экзамен	41-60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знает: основные законы теории вероятностей, теоретические основы педагогической деятельности. Умеет: осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний. Владение способностью осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний.	Посещение, домашнее задания, опросы, контрольная работа, тесты, экзамен	61-100

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Список вопросов к экзамену:

1. Случайные события. Соотношения между случайными событиями.
2. Классическое определение вероятности события.
3. Статистические закономерности. Статистическое определение вероятности события. Частота появления события.
4. Элементы комбинаторики и их применение к решению вероятностных задач.
5. Геометрические вероятности.
6. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
7. Формула полной вероятности.
8. Формула Байеса.
9. Аксиоматическое построение теории вероятностей.
10. Вычисление вероятности появления события m раз при повторных независимых испытаниях. (Формула Бернулли; закон Пуассона; теорема Муавра-Лапласа с доказательствами).

11. Формула наивероятнейшего числа появления события при n независимых испытаниях.
12. Определение случайной величины; виды случайных величин (примеры).
13. Ряд распределения случайной величины. Многоугольник распределения.
14. Функции распределения случайной величины.
15. Числовые характеристики случайной величины.
16. Закон распределения случайной величины («биномиальный», Пуассона, равномерный, нормальный).
17. Вероятность попадания случайной величины на заданный числовой промежуток.
18. Вероятность отклонения нормально распределенной случайной величины от своего математического ожидания.
19. Интегральная теорема Муавра-Лапласа (с доказательством).
20. Неравенство Чебышева.
21. Закон больших чисел (т. Чебышева, т. Бернулли) (с доказательствами).
22. Понятие о центральной предельной теореме.
23. Система случайных величин. Законы распределения системы случайных величин.
24. Зависимые и независимые случайные величины. Условные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики.
25. Числовые характеристики системы случайных величин.
26. Корреляционный момент, коэффициент корреляции.

Примерные варианты контрольных работ

Контрольная работа №1

Содержание: классическое определение вероятности события; частота события; геометрические вероятности; алгебра событий; теоремы сложения и умножения; формула полной вероятности; формула Байеса.

Контрольная работа №2

Содержание: испытания Я. Бернулли; формула Бернулли; закон Пуассона; локальная теорема Муавра-Лапласа, интегральная теорема Муавра-Лапласа; случайные величины; законы распределения случайных величин; числовые характеристики случайных величин; неравенство Чебышева; предельные теоремы теории вероятностей.

Образец 1-го контрольного задания с решениями

1. В собираемое устройство входят два однотипных блока. Блоки берут наугад из партии, содержащей 8 исправных и 2 бракованных блока. Найти вероятность того, что устройство окажется исправным, если для этого: а) оба блока должны быть исправными; б) хотя бы один блок должен быть исправным.

2. Точка брошена внутрь круга радиуса R . Какова вероятность того, что расстояние от этой точки до центра круга окажется меньше $\frac{R}{2}$.

3. Партия резисторов изготовлена двумя заводами, причем продукции первого завода в два раза больше, чем второго. Вероятность брака на первом заводе равна 0,04, а на втором – 0,06. Найти вероятность того, что случайным образом взятая деталь партии изготовлена первым заводом, если она оказалась бракованной.

Решение задач образца 1-го контрольного задания

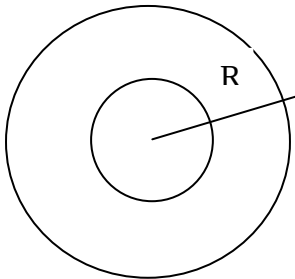
1. Рассмотрим событие A – оба блока в устройстве должны быть исправны; событие B – хотя бы один блок в устройстве исправный.

Применим классическое определение вероятности. Число способов выбора двух блоков из 10 равно C_{10}^2 , число способов выбора двух исправных блоков из 10 равно $C_8^2 \cdot C_2^0$.

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{C_8^2 \cdot C_2^0}{C_{10}^2} = \frac{28}{45};$$

$$P(B) = \frac{C_8^2 \cdot C_2^0 + C_8^1 \cdot C_2^1}{C_{10}^2} = \frac{44}{45}.$$

2. Событие A – расстояние от центра круга до точки меньше $\frac{R}{2}$.



Это значит, что точка должна попасть в круг радиуса $\frac{R}{2}$.

$$\text{Тогда } P(A) = \frac{\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2}{\pi R^2} = \frac{1}{4}.$$

3. Введем следующие события:

Событие A – взятая из партии деталь оказалась бракованной.

Событие H_1 – деталь изготовлена на первом заводе.

Событие H_2 – деталь изготовлена на втором заводе.

$$P(H_1) = \frac{2}{3}; P(H_2) = \frac{1}{3}; P(A/H_1) = 0,04; P(A/H_2) = 0,06.$$

По формуле полной вероятности получаем

$$P(A) = \frac{2}{3} \cdot 0,04 + \frac{1}{3} \cdot 0,06 = \frac{7}{150}.$$

По формуле Байеса находим искомую вероятность

$$P(H_1/A) = \frac{\frac{2}{3} \cdot 0,04}{\frac{7}{150}} = \frac{4}{7}.$$

Образец 2-го контрольного задания с решениями

1. Испытываются независимо 50 приборов. Вероятность выхода прибора из строя при испытании равна 0,02. Партия приборов принимается, если выйдет из строя не более одного прибора. Найти вероятность приема партии.

2. Два стрелка сделали по выстрелу в мишень. Вероятность попадания в мишень для первого стрелка равна 0,6, для второго – 0,8. Составить закон распределения числа попаданий в мишень и вычислить числовые характеристики.

3. Дана плотность вероятности случайной величины x :

$$f(x) = \begin{cases} cx, & \text{при } x \in [0,1] \\ c, & \text{при } x \in (1,2) \\ 0, & \text{при } x \notin [1,2] \end{cases}$$

Найти: c ; $F(x)$; $M(x)$; $D(x)$.

Решение задач образца 2-го контрольного задания

1. Испытания приборов укладываются в схему Бернулли.

Пусть x – число вышедших из строя приборов.

Искомая вероятность есть

$$P(x \leq 1) = P(x=0) + P(x=1) = (1 - 0,02)^{50} + 50 \cdot 0,02 \cdot 0,98^{49} \approx 0,74.$$

Можно найти искомую вероятность с помощью формулы Пуассона, т.е. $P(x \leq 1) =$

$$\frac{a^0 \cdot e^{-a}}{0!} + \frac{a \cdot e^{-a}}{1!}, \text{ где } a = np = 50 \cdot 0,02 = 1.$$

$$P(x \leq 1) = (1 + a) \cdot e^{-a} = 2 \cdot e^{-1} \approx 0,74.$$

2. Пусть x – число попаданий в мишень, x может принимать значения 0, 1 и 2.

x принимает значение 0, если оба стрелка промахнутся; вероятность этого равна $(1 - 0,6)(1 - 0,8) = 0,08$;

$x = 1$, если один из стрелков промахнулся, вероятность такого исхода $0,6 \cdot 0,2 + 0,4 \cdot 0,8 = 0,44$;

$x = 2$, если оба стрелка попадут в мишень, что может произойти с вероятностью $0,6 \cdot 0,8 = 0,48$.

Составим таблицу распределения:

x_i	0	1	2
P_i	0,08	0,44	0,48

$$M(x) = 0 \cdot 0,08 + 1 \cdot 0,44 + 2 \cdot 0,48 = 1,4.$$

$$D(x) = 0,5.$$

3. Условие для нахождения c есть равенство $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1$.

$$\int_{-\infty}^0 0dx + \int_0^1 cxdx + \int_1^2 cdx + \int_2^{+\infty} 0dx = \frac{3}{2}c.$$

$$\text{Отсюда } \frac{3}{2}c = 1, c = \frac{2}{3}.$$

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x)dx.$$

$$\text{Тогда } F(x) = \begin{cases} 0, x \leq 0 \\ \frac{x^2}{3}, 0 < x \leq 1 \\ \frac{2x-1}{3}, 1 < x \leq 2 \\ 1, x > 2. \end{cases}$$

$$M(x) = \int x \cdot f(x)dx = \frac{11}{9}.$$

$$D(x) = M(x^2) - M^2(x) = \frac{22}{30};$$

Тест для контроля знаний студентов по курсу теории вероятностей

1. Из цифр 3, 4, 5, 6 можно образовать различных трёхзначных чисел:

1) 4; 2) 8; 3) 24; 4) 64.

2. В урне находятся 20 шаров, 5 из которых — синие. Из урны извлекают два шара. Вероятность того, что оба они синие, равна...

1) $\frac{1}{19}$; 2) $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) x_1, x_2, x_3 .

3. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятности попадания в цель для первого и второго стрелка равны 0,7 и 0,4 соответственно. Тогда вероятность того, что в цель попадет хотя бы один стрелок равна...

1) 0,4; 2) 0,11; 3) 0,82; 4) 0,72.

4. Разрыв электрической цепи может произойти вследствие выхода из строя элемента А или двух элементов В и С, которые выходят из строя независимо друг от друга соответственно с вероятностями 0,3, 0,2 и 0,2. Вероятность разрыва электрической цепи равна...

1) 0,7; 2) 0,325; 3) 0,012; 4) 0,425.

5. Детали изготавливаются на двух станках. На первом станке — 40 %, на втором — 60%. Среди деталей, изготовленных на первом станке, брак составляет 2%, на втором 1,5%. Вероятность того, что взятая случайным образом деталь для контроля бракованная равна...

1) 0,017; 2) 0,035; 3) 0,983; 4) 0,48.

6. Готовность каждого прибора к работе оценивается вероятностью, равной $\frac{1}{2}$. Вероятность того, что из 7 имеющихся одинаковых приборов готовы к работе ровно 4 равна...

1) $\frac{4}{7}$; 2) $\frac{1}{35}$; 3) $\frac{35}{128}$; 4) $\frac{35}{64}$.

7. Магазин получил 50 изделий. Вероятность наличия нестандартного изделия в этой партии равна 0,02. Тогда наиболее вероятное число нестандартных изделий в этой партии равно...

1) 10; 2) 1; 3) 3; 4) 2.

8. Вероятность получения с конвейера изделия первого сорта равна 0,9. Для вычисления вероятности того, что из взятых на проверку 600 изделий, 530 будут первого сорта, следует использовать...

- 1) Формулу Пуассона;
- 2) Формулу полной вероятности;
- 3) Локальную теорему Муавра-Лапласа;
- 4) Интегральную теорему Муавра-Лапласа.

9. Допишите правую часть неравенства

$$P(|x - m_k| < \varepsilon) \geq \dots$$

10. Дан закон распределения дискретной случайной величины x :

x	1	3	5
P	0,1	0,3	a

Тогда значения a равно...

1) 0,5; 2) 0,6; 3) 0,7; 4) 0,4.

11. Дан ряд распределения случайной величины x :

x	1	2	3
P	0,2	0,3	0,5

Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

1) 0,9; 2) 1; 3) 1; 4) 2,3.

12. Случайная величина x — число выпадения двух очков при 60 бросаниях игральной кости. Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

1) 30; 2) 20; 3) 10; 4) 6.

13. Случайная величина x принимает только два произвольных значения $x_1 = 5$; $x_2 = -5$. Тогда математическое ожидание этой случайной величины равно...

1) 2,5; 2) -2,5; 3) 0; 4) 5.

14. Дисперсия каждой из 3 одинаково распределенных и взаимно независимых случайных величин x_1, x_2, x_3 равна $\frac{1}{3}$. Тогда дисперсия среднего арифметического значения этих величин равна...

1) $\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) $\frac{1}{9}$; 4) $\frac{2}{3}$.

15. Случайная величина x распределена по закону Пуассона с параметром $a = 4$. Тогда среднее квадратическое отклонение этой случайной величины равно...

1) 4; 2) 3; 3) 2; 4) 1.

16. Непрерывная случайная величина x распределена равномерно в интервале (3;8). Тогда дисперсия этой случайной величины равна...

1) $\frac{25}{12}$; 2) $\frac{25}{24}$; 3) $\frac{5}{12}$; 4) $\frac{11}{12}$.

17. Случайная величина x подчиняется нормальному закону распределения с параметрами $m = 3$ и $\sigma = 2$. Тогда математическое ожидание случайной величины $y = 2x + 1$ равно...

1) 7; 2) 5; 3) 9; 4) 11.

Примерные вопросы для проведения опроса

1. Доказательство теорем сложения вероятностей двух и трех совместных событий.
2. Вывод формулы полной вероятности. Вероятность появления хотя бы одного события (вывод).
3. Доказательство интегральной теоремы Лапласа.

4. Доказательство теоремы Пуассона.
5. Наивероятнейшее число появлений события в схеме Бернулли (вывод).
Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности в независимых испытаниях.
6. Доказательство свойств функции распределения. Доказательство свойств функции плотности вероятностей и ее вероятностный смысл.
7. Числовые характеристики основных законов распределения непрерывных случайных величин: равномерного, показательного и нормального (вывод).
8. Доказательство свойств функции распределения и функции плотности вероятностей двумерной случайной величины.
9. Доказательство леммы Маркова и неравенства Чебышева.
10. Доказательство теорем Чебышева и теоремы Бернулли.

Примеры задач для индивидуальных домашних заданий

Основные понятия классической теории вероятностей

Классическое определение вероятности

1. В урне тысяча лотерейных билетов с номерами от 1 до 1000. Найти вероятность того, что номер наудачу вынутого билета: а) четный; б) нечетный; в) <100 ; г) <1000 .

Теоремы сложения и умножения

2. Три фирмы выполняют один и тот же заказ. Вероятность того, что первая фирма выполнит заказ в срок 0.75, вторая — 0.8, третья — 0.9, по отдельности. Определить вероятность того, что: а) одновременно первая и вторая выполнят заказ, а третья не успеет; б) все три одновременно не выполнят заказ в срок.

Применение комбинаторики

3. В клетке 30 попугаев: 20 говорящих и 10 неговорящих. Наудачу выбирают 4 попугая. Какова вероятность того, что среди них трое будут говорящих?

Полная вероятность. Повторение испытаний

Полная вероятность. Формула Байеса.

4. Вероятность того, что змея умрет в первом террариуме = $1/5$, во втором террариуме = $1/7$, в третьем террариуме = $1/4$. Змею поместили в один из террариумов. Какова вероятность выжить?
5. В условиях предыдущей задачи змея умерла. Какова вероятность, что она умерла в третьем террариуме? Схема Бернулли.
6. 7% австралийцев — бушмены. Какова вероятность того, что среди 4 австралийцев будет хотя бы 1 бушмен?
7. 9% жителей Техаса — индейцы. Какова вероятность, что среди 1000 техасцев индейцев будет: а) 70, б) от 60 до 95.

Случайные величины

8. Найти математическое ожидание и дисперсию дискретной случайной величины X , заданной законом распределения:

X	0,2	0,54	0,61
p	0,1	0,5	0,4

9.
$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ A\left(x + \frac{x^2}{3}\right) + B, & 3 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

Найти $A, B, \sigma, P(2 < X < 7)$.

10. Случайная величина X задана интегральной функцией распределения $F(x)$.
Найти: 1) дифференциальную функцию распределения $f(x)$; 2) математическое ожидание $M(X)$; 3) дисперсию $D(X)$; 4) среднее квадратическое отклонение $\sigma(X)$; 5) построить графики функций $F(x), f(x)$.

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{x}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценивание степени освоения обучающимися дисциплины осуществляется на основе «Положение о балльно - рейтинговой системе оценки успеваемости студентов МГОУ».

Сопоставимость рейтинговых показателей студента по разным дисциплинам и балльно - рейтинговой системы оценки успеваемости студентов обеспечивается принятием единого механизма оценки знаний студентов, выраженного в баллах, согласно которому 100 баллов — это полное усвоение знаний по учебной дисциплине, соответствующее требованиям учебной программы.

Максимальный результат, который может быть достигнут студентом по каждому из Блоков рейтинговой оценки—100 баллов.

Шкала соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам:

Оценка по пятибалльной системе		Оценка по стобалльной системе
5	отлично	81-100
4	хорошо	61-80
3	удовлетворительно	41-60
2	неудовлетворительно	0-40

Ответ обучающегося на экзамене оценивается в баллах с учетом шкалы соответствия рейтинговых оценок пятибалльным оценкам.

В зачетную книжку выставляются рейтинговые оценки в баллах.

При получении студентом на зачете неудовлетворительной оценки в ведомость выставляется рейтинговая оценка в баллах (< 40 баллов), соответствующая фактическим знаниям (ответу) студента.

Процедура оценивания знаний и умений состоит из следующих составных элементов:

1) Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы.

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий								Итого %
		1	2	3	4				9	
1.										
2.										

Максимальный балл при 100%-й посещаемости – 10 баллов. Количество баллов при пропусках рассчитываются пропорционально посещенным занятиям.

2) Выполнение домашних заданий

3) Текущий контроль осуществляется в соответствии с приведенными ниже критериями оценивания:

Критерии и шкала оценивания домашнего задания

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	1
Представлено решение задач несколькими способами (если это возможно)	1
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	1
Оформление соответствует образцу. Представлены необходимые таблицы и схемы	1-2

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – до 2 баллов;

Продвинутый уровень – 3-5 баллов.

Шкала оценивания теста, контрольной работы

Показатель	баллы
Выполнено до 40% заданий	0-4
Выполнено 41-60% заданий	5-6
Выполнено 61-80% заданий	7-8
Выполнено более 81% заданий	9-10

Критерии и шкала оценивания для экзамена

Обучающийся, набравший 41 балл и более, допускается к экзамену.

Для сдачи экзамена по дисциплине необходимо выполнить все требуемые домашние работы на практических занятиях. Существенным моментом является посещаемость занятий (в случае пропусков занятий предполагается более подробный опрос по темам пропущенных занятий). На экзамен выносятся материал, излагаемый в лекционном курсе и рассматриваемый на практических занятиях. Для получения оценки на экзамене надо правильно ответить на несколько поставленных вопросов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче экзамена, составляет до 40 баллов.

Экзамен состоит из 2 теоретических вопросов (по 15 баллов каждый) и задачи (10 баллов).

Критерии и шкала оценивания ответа на вопрос экзамена

Критерий	Баллы
Логика изложения материала	1
Полнота и глубина ответа. Наличие комментариев и примеров.	1
Отличает какой-либо процесс, объект и т.п. от их аналогов только тогда, когда ему их предъявляют в готовом виде.	2
Запомнил большую часть текста, правил, определений, формулировок, законов и т.п., но объяснить ничего не может (механическое запоминание). Демонстрирует полное воспроизведение изученных правил, законов, формулировок, математических и иных формул и т.п., однако затрудняется что-либо объяснить.	2
Объясняет отдельные положения усвоенной теории, иногда выполняет такие мыслительные операции, как анализ и синтез. Отвечает на большинство вопросов по содержанию теории, демонстрируя осознанность усвоенных теоретических знаний, проявляя способность к самостоятельным выводам и т.п.	4
Четко и логично излагает теоретический материал, свободно владеет понятиями и терминологией, способен к обобщению изложенной теории, хорошо видит связь теории с практикой, умеет применить ее в простейших случаях. Демонстрирует полное понимание сути изложенной теории и свободно применяет ее на практике. Выполняет почти все практические задания, иногда допуская незначительные ошибки, которые сам и исправляет. Легко выполняет практические задания на уровне переноса, свободно оперируя усвоенной теорией в практической деятельности. Оригинально, нестандартно применяет полученные знания на практике, формируя самостоятельно новые умения на базе полученных ранее знаний и сформированных умений и навыков.	5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – 5 баллов;
Продвинутый уровень – 6-15 баллов.

Критерии и шкала оценивания экзаменационных задач

Критерий	Баллы
Решение логически выстроено и точно изложено, ясен весь ход рассуждения	2-5
Ответ на каждый вопрос (задание) заканчивается выводом	2-5

По результатам оценивания обучающийся может получить:

Пороговый уровень – 4 балла;
Продвинутый уровень – 5-10 баллов.

При пересдаче экзамена по дисциплине используется следующее правило для формирования рейтинговой оценки:

- 1-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 5 (баллов);
- 2-я пересдача – фактическая рейтинговая оценка, полученная студентом за ответ, минус 8 (баллов).

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре						Экзаме н (до 40 баллов)	Подпись препод.
		Посеще ние (до 10 баллов)	Домашние задания (до 10 баллов)	Опросы (до 10 баллов)	Контрольная работа №1 (до 10 баллов)	Контрольная работа №2 (до 10 баллов)	Тест (до 10 балло в)		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.									
2.									

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Рассудовская М.М. Математика. Теория вероятностей [Текст] : учеб.пособие для вузов / М. М. Рассудовская. - М. : МГОУ, 2013. - 59с.

2. Рассудовская М.М. Математика. Теория вероятностей [Текст] : учебно-методическое пособие : в 2-х ч. ч.2. случайные величины / М. М. Рассудовская. - М. : МГОУ, 2017. - 48с.

3. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 479 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-534-00211-9. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431095> (дата обращения:

19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. – Текст: электронный.

6.2. Дополнительная литература

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие для бакалавриата и специалитета / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 406 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-08389-7. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431094> (дата обращения: 19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. – Текст: электронный.
2. Прохоров, Ю. В. Лекции по теории вероятностей и математической статистике : учебник и практикум для академического бакалавриата / Ю. В. Прохоров, Л. С. Пономаренко. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 219 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10807-1. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431560> (дата обращения: 19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. – Текст: электронный.
3. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - 2-е изд. - Москва : Издательско-торговая корпорация «Дашков и К°», 2016. - 472 с. : ил. - ISBN 978-5-394-02108-4. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=453249> (дата обращения 19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Университетская библиотека онлайн. – Текст: электронный.
4. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Теория случайных процессов и ее инженерные приложения: учебное пособие/ 5-е изд., стер. – М.: КНОРУС, 2013. - 448 с.
5. Кирьянова Л.В., Теория случайных процессов : учебное пособие / Л.В. Кирьянова, А.Ю. Лемин, Т.А. Мацевич - М. : Издательство МИСИ - МГСУ, 2017. - 98 с. - ISBN 978-5-7264-1584-0 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785726415840.html> (дата обращения 19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Консультант студента. – Текст: электронный.
6. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов / Н. Ш. Кремер. - 3-е изд., доп. - М. : ЮНИТИ, 2007. - 551с. – Текст: непосредственный.
7. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 538 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-10004-4. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431167> (дата обращения: 19.07.2019). – Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. – Текст: электронный.
8. Баврин И.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник. – М.: Высш.шк., 2005. – 160 с.

9. Письменный Д.Т. Конспект лекций по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Айрис-пресс, 2004. – 256 с.
10. Палий И.А. Введение в теорию вероятностей: учеб. пособие для вузов / И. А. Палий. – М. : Высш.шк., 2005. – 175с. – Текст: непосредственный.
11. Палий И.А. Задачник по теории вероятностей. М.: Наука, 2005. – 240 с.
12. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей, 5-е изд. М.: Агар, 2000. – 256 с.
13. Андрухаев, Х. М. Теория вероятностей и математическая статистика. Сборник задач : учебное пособие для прикладного бакалавриата / Х. М. Андрухаев. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 177 с. — (Бакалавр. Прикладной курс). — ISBN 978-5-9916-8599-3. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437095> (дата обращения: 19.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст: электронный.
14. Солодовников А.С. Теория вероятностей. М., 1983. – 207 с.
15. Виленкин Н.Я., Потапов В.Г. Задачник практикум по теории вероятностей с элементами комбинаторики и математической статистики. М.: Просвещение, 1979. – 114 с.
16. Буняковский В.Я. Основания математической теории вероятностей. М.: Книга по требованию, 2012. – 495 с.
17. Попов, А. М. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для бакалавриата и специалитета / А. М. Попов, В. Н. Сотников ; под редакцией А. М. Попова. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 434 с. — (Бакалавр и специалист). — ISBN 978-5-534-01009-1. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/431805> (дата обращения: 19.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей ЭБС Юрайт. — Текст: электронный.
18. Буре В.М., Парилина Е.М., Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для вузов. – М.: Лань, 2013. – 416 с.
19. Кибзун А.И., Горяинова Е.Р., Наумов А.В., Сиротин А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Базовый курс с примерами и задачами. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 232 с.

6.3. Программное обеспечение и Интернет-ресурсы

1. <http://www.alleng.ru>
2. <http://www.twirpx.com>
3. Научная электронная библиотека.
4. <http://elibrary.ru>
5. <http://www.znaniium.com>
6. <http://www.pedlib.ru>
7. <http://www.gnpbu.ru>
8. <http://www.rsl.ru/ru/s2/s101>

9. <http://lib.walla.ru>
10. <http://www.iqlib.ru>

7.МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.
2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации об организации выполнения и защиты курсовой работы.
3. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.
- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.