

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034bff679172803da5b7b559fc69e2

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ МОСКОВСКОЙ ОБЛАСТИ
Государственное образовательное учреждение высшего образования Московской области
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ОБЛАСТНОЙ УНИВЕРСИТЕТ
(МГОУ)

Физико-математический факультет
Кафедра математического анализа и геометрии

Согласовано управлением организации
и контроля качества образовательной
деятельности

« 10 » 06 2020 г.

Начальник управления

/М.А. Миненкова/

Одобрено учебно-методическим советом

Протокол « 13 » 2020 г. № 4

Председатель

/Г.Е. Суслин/

Рабочая программа дисциплины

Специальные разделы математического анализа и геометрии

Направление подготовки
44.03.05 Педагогическое образование

Профиль:
Математика и информатика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано учебно-методической
комиссией физико-математического
факультета:

Протокол « 21 » 05 2020 г. № 10

Председатель УМКом

/ Н.Н. Барабанова /

Рекомендовано кафедрой
математического анализа и геометрии

Протокол « 14 » 05 2020 г. № 10

Зав.кафедрой

/Г.В. Кондратьева /

Мытищи
2019

Автор-составитель:
Зверев Н.В.,
кандидат физико-математических наук, доцент

Рабочая программа дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 44.03.05 Педагогическое образование профиль «Математика и информатика», утвержденного приказом МИНОБРНАУКИ РОССИИ от 22.02.2018 г. № 125.

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Год начала подготовки 2020

СОДЕРЖАНИЕ

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ.....	4
1.1. Цель и задачи дисциплины.....	4
1.2. Планируемые результаты обучения	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	4
3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	5
3.1. Объем дисциплины	5
3.2. Содержание дисциплины	5
4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ	8
5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....	14
5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы.....	14
5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания	14
5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.....	16
5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	24
6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	27
6.1. Основная литература	27
6.2. Дополнительная литература.....	27
6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет».....	28
7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ.....	28
8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ	28
9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	29

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины – изучение таких разделов математического анализа и геометрии, которые из-за недостатка отведенных часов обычно не изучаются студентами профиля «Математика и информатика» в обязательных для изучения дисциплинах «Математический анализ» и «Геометрия». К этим разделам относятся: дифференциальное исчисление функций нескольких переменных; числовые и функциональные ряды; двойные, тройные и кратные интегралы; криволинейные и поверхностные интегралы; и наконец, тригонометрические ряды и преобразование Фурье. Знание этих разделов крайне необходимо как для изучения более сложных разделов высшей математики, таких как теория функции комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения, теория вероятностей, математическая статистика, так и для их использования в других науках, например, в физике и в химии.

Задачи дисциплины:

- изучить дифференциальное исчисление функций нескольких переменных, обязательно познакомиться с понятием частной производной;
- изучить числовые и функциональные ряды, их сходимость и операции над ними;
- изучить двойные, тройные и кратные интегралы, их приложения в математическом анализе;
- изучить криволинейные и поверхностные интегралы, их применения в математике и физике;
- изучить тригонометрические ряды и преобразование Фурье, условия их сходимости, а также их приложения.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-2 – Способен формировать универсальные учебные действия обучающихся;

ДПК-3 – Способен организовывать деятельность обучающихся, направленную на развитие и поддержание у них познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в часть, формируемую участниками образовательных отношений блока Б1 «Дисциплины (модули)» и является элективной дисциплиной.

Программа дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» построена таким образом, что ее основные понятия и методы являются не просто продолжением дисциплин «Математический анализ» и «Геометрия», но и дополняют эти дисциплины материалом, крайне востребованным как для дальнейшего изучения высшей математики, так и для научных исследований в современных физико-математических науках. Данная дисциплина устанавливает тесную связь между математическим анализом с одной стороны и с геометрией и физикой с другой. Применение дифференциального исчисления функций нескольких переменных, теории числовых и функциональных рядов, а также теории кратных интегралов существенно расширяет класс задач и методов исследования высшей математики, что очень важно при

решении научно-исследовательских задач теоретической и математической физики. А использование кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, а также тригонометрических рядов и интегралов Фурье просто необходимо для полного и последовательного изучения всех разделов теоретической физики. Изучаемые в дисциплине методы и рассматриваемые примеры их приложений способствуют формированию у студентов элементов высокой математической культуры, необходимой для научно-исследовательской работы. При изучении дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» используются знания по математическому анализу и геометрии в объеме первых трех семестров университета.

Дисциплина изучается в 3-м и 4-м семестрах.

Дисциплина «Специальные разделы математического анализа и геометрии» является составным элементом математического аппарата курса высшей математики. Знания, полученные при изучении дисциплины «Специальные разделы математического анализа и геометрии» широко применяются в высшей математике при изучении таких ее разделов, как обыкновенные дифференциальные уравнения, теория функции комплексного переменного, дифференциальная геометрия и топология, математическая статистика, уравнения математической физики. Также знания данной дисциплины крайне необходимы при изучении всех разделов теоретической физики.

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Форма обучения
	Очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	6
Объем дисциплины в часах	216
Контактная работа:	124,4
Лекции	48
Практические занятия	76
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,4
Зачет с оценкой	0,4
Самостоятельная работа	76
Контроль	15,6

Формами промежуточной аттестации являются зачет с оценкой в 3 и 4 семестрах.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины с кратким содержанием	Кол-во часов	
	Лекции	Практические занятия
Семестр 3		
Раздел 1. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных.		
Тема 1. Предел функции нескольких переменных.	1	2

Евклидово пространство, расстояние между его точками. Функция нескольких переменных, её область определения. Предел функции нескольких переменных по Коши и по Гейне. Свойства предела функции нескольких переменных, предел сложной функции.		
Тема 2. Непрерывность функции нескольких переменных. Понятие непрерывности функции нескольких переменных. Прохождение непрерывной функции на связном множестве через любое промежуточное значение. Открытое и замкнутое множества. Область. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.	1	2
Тема 3. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные первого порядка и дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Дифференциал первого порядка функции нескольких переменных.	2	4
Тема 4. Дифференцируемость высших порядков функции нескольких переменных. Частные производные высших порядков. Смешанные производные, их равенство. Достаточное условие дифференцируемости высшего порядка функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков.	2	4
Тема 5. Приложения дифференцируемости высших порядков функции нескольких переменных. Формула Тейлора функции нескольких переменных. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа. Полином Ньютона. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Экстремум функции двух переменных.	2	4
Тема 6. Неявные функции. Неявная функция. Теорема о существовании и единственности неявной функции. Дифференцирование неявной функции. Система неявных функций. Якобиан. Теорема о существовании и единственности системы неявных функций.	1	3
Тема 7. Геометрические приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных. Производная функции по направлению. Градиент функции и его геометрический смысл. Поверхность уровня. Касательная плоскость.	1	1
Тема 8. Условный экстремум. Понятие условного экстремума. Необходимое условие условного экстремума (метод множителей Лагранжа). Достаточное условие условного экстремума. Экстремум квадратичной формы на единичной сфере.	2	4
Раздел 2. Числовые и функциональные ряды.		

Тема 9. Числовые ряды. Понятие числового ряда. Частичные суммы и сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши сходимости. Интегральный признак сходимости. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.	2	4
Тема 10. Функциональные ряды. Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.	2	4
Тема 11. Степенные ряды. Понятие степенного ряда. Радиус сходимости степенного ряда. Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Остаточное слагаемое в форме Лагранжа. Сходимость ряда Тейлора.	2	4
Итого в семестре 3	18	36
Семестр 4		
Раздел 3. Двойные, тройные и кратные интегралы.		
Тема 12. Двойные интегралы. Квадрируемость и площадь плоской фигуры. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.	4	6
Тема 13. Тройные интегралы. Кубируемость и объем фигуры в трехмерном пространстве. Определение тройного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства тройного интеграла. Повторные интегралы. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.	4	6
Тема 14. Кратные интегралы. Кубируемость и объем фигуры в n-мерном пространстве. Кратные интегралы: определение, теорема о существовании, основные свойства, замена переменных.	2	2
Тема 15. Интегралы, зависящие от параметра. Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование по параметру. Бета-функция и гамма-функция. Их основные свойства.	2	4
Раздел 4. Криволинейные и поверхностные интегралы.		

Тема 16. Криволинейные интегралы. Криволинейный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Криволинейный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с криволинейным интегралом 1-го рода, методы вычисления.	2	2
Тема 17. Поверхностные интегралы. Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Телесный угол. Поверхностный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с поверхностным интегралом 1-го рода, методы вычисления. Формулы Остроградского – Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса.	6	6
Раздел 5. Тригонометрические ряды и преобразование Фурье.		
Тема 18. Тригонометрические ряды Фурье. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Тождество и неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Лемма Римана. Ядра Дирихле и Фейера ряда Фурье. Теоремы Фейера и Дирихле о сходимости ряда Фурье. Условие абсолютной и равномерной сходимости, почленное дифференцирование и почленное интегрирование ряда Фурье.	6	8
Тема 19. Преобразование Фурье. Прямое преобразование Фурье. Лемма Римана. Обратное преобразование Фурье (интеграл Фурье). Равенство Планшереля. Почленное дифференцирование интеграла Фурье. Теорема Котельникова.	4	6
Итого в семестре 4	30	40
Итого	48	76

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методические обеспечения	Формы отчетности
Семестр 3					
1. Предел функции нескольких переменных.	Евклидово пространство, расстояние между его точками. Функция нескольких переменных, её область определения. Предел функции нескольких переменных по Коши и по Гейне. Свойства предела функции нескольких переменных, предел сложной функции.	3	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
2. Непрерывность функции нескольких переменных.	Понятие непрерывности функции нескольких переменных. Прохождение непрерывной функции на	3	Работа с литературой, сетью Интернет,	Рекомендуемая литература.	Опрос

переменных.	связном множестве через любое промежуточное значение. Открытое и замкнутое множества. Область. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.		решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	
-------------	---	--	--	---	--

3. Дифференцируемость функции нескольких переменных.	Частные производные первого порядка и дифференцируемость функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции. Дифференциал первого порядка функции нескольких переменных.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
4. Дифференцируемость высших порядков функции нескольких переменных.	Частные производные высших порядков. Смешанные производные, их равенство. Достаточное условия дифференцируемости высшего порядка функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
5. Приложения дифференцируемости высших порядков функции нескольких переменных.	Формула Тейлора функции нескольких переменных. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа. Полином Ньютона. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Экстремум функции двух переменных.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
6. Неявные функции.	Неявная функция. Теорема о существовании и единственности неявной функции. Дифференцирование неявной функции. Система неявных функций. Якобиан. Теорема о существовании и единственности системы неявных функций.	3	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос

7. Геометрические приложения дифференциального исчисления функций нескольких переменных.	Производная функции по направлению. Градиент функции и его геометрический смысл. Поверхность уровня. Касательная плоскость.	2	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
8. Условный экстремум.	Понятие условного экстремума. Необходимое условие условного экстремума (метод множителей Лагранжа). Достаточное условие условного экстремума. Экстремум квадратичной формы на единичной сфере.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
9. Числовые ряды.	Понятие числового ряда. Частичные суммы и сходимость числового ряда. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения. Признаки Даламбера и Коши сходимости. Интегральный признак сходимости. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
10. Функциональные ряды.	Понятие функционального ряда. Область сходимости функционального ряда. Равномерная сходимость функционального ряда. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов.	5	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
11. Степенные ряды.	Понятие степенного ряда. Радиус сходимости степенного ряда.	5	Работа с литературой, сетью	Рекомендуемая литература	Опрос

	Равномерная сходимость степенного ряда. Свойства степенных рядов. Ряд Тейлора. Остаточное слагаемое в форме Лагранжа. Сходимость ряда Тейлора.		Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	а. Ресурсы Интернет http://mat.hhelpplanet.com/	
Итого в семестре 3		46			
12. Двойные интегралы.	Квадрируемость и площадь плоской фигуры. Определение и геометрический смысл двойного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства двойного интеграла. Повторные интегралы. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.	4	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mat.hhelpplanet.com/	Опрос
13. Тройные интегралы.	Кубируемость и объем фигуры в трехмерном пространстве. Определение тройного интеграла. Теорема о существовании и основные свойства тройного интеграла. Повторные интегралы. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.	4	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mat.hhelpplanet.com/	Опрос
14. Кратные интегралы.	Кубируемость и объем фигуры в n-мерном пространстве. Кратные интегралы: определение, теорема о существовании, основные свойства, замена переменных.	2	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации и	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mat.hhelpplanet.com/	Опрос
15. Интегралы, зависящие от параметра.	Собственные и несобственные интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование по параметру. Бета-функция и гамма-функция. Их	2	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений,	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mat.hhelpplanet.com/	Опрос

	основные свойства.		консультации	et.com/	
16. Криволинейные интегралы.	Криволинейный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Криволинейный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с криволинейным интегралом 1-го рода, методы вычисления.	2	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
17. Поверхностные интегралы.	Поверхностный интеграл 1-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, методы вычисления. Телесный угол. Поверхностный интеграл 2-го рода: определение, теорема о существовании, основные свойства, связь с поверхностным интегралом 1-го рода, методы вычисления. Формулы Остроградского – Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса.	6	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
18. Тригонометрические ряды Фурье.	Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Тождество и неравенство Бесселя и равенство Парсеваля. Лемма Римана. Ядра Дирихле и Фейера ряда Фурье. Теоремы Фейера и Дирихле о сходимости ряда Фурье. Условие абсолютной и равномерной сходимости, почленное дифференцирование и почленное интегрирование ряда Фурье.	6	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач, выполнение упражнений, консультации	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет http://mathhelpplanet.com/	Опрос
19. Преобразование Фурье.	Прямое преобразование Фурье. Лемма Римана. Обратное преобразование Фурье (интеграл Фурье). Равенство Планшереля. Почленное	4	Работа с литературой, сетью Интернет, решение задач,	Рекомендуемая литература. Ресурсы Интернет	Опрос

	дифференцирование интеграла Фурье. Теорема Котельникова.		выполнение упражнений, консультации и	http://mathhelpplanet.com/	
Итого в семестре 4		30			
Итого		76			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2 «Способен формировать универсальные учебные действия обучающихся»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.
ДПК-3 «Способен организовывать деятельность обучающихся, направленную на развитие и поддержание у них познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей»	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знать:</i> - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними. <i>Уметь:</i> - выбирать приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий.	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа, домашнее задание. Зачет с оценкой.	41–60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2.	<i>Знать:</i> - содержание каждого из универсальных учебных действий и связей между ними.	Посещение, конспект Устный	61–100

		Самостоятельная работа.	<i>Уметь:</i> - выбирать приёмы, технологии, формы, средства обучения для формирования универсальных учебных действий. <i>Владеть:</i> - навыками организации деятельности учащихся для формирования универсальных учебных действий.	опрос Письменная работа, домашнее задание, реферат. Зачет с оценкой.	
ДПК-3	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знать:</i> - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. <i>Уметь:</i> - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению.	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа, домашнее задание. Зачет с оценкой.	41–60
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.	<i>Знать:</i> - способы организации образовательной деятельности обучающихся в предметной области, приёмы развития и поддержания их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. <i>Уметь:</i> - организовывать различные виды деятельности обучающихся в образовательном процессе, направленные на развитие их познавательной активности, самостоятельности, инициативы, творческих способностей, мотивации к обучению. <i>Владеть:</i> - способностью и опытом организации различных видов деятельности обучающихся,	Посещение, конспект Устный опрос Письменная работа, домашнее задание, реферат. Зачет с оценкой.	61–100

			направленных на развитие и поддержание их познавательной активности, самостоятельности, инициативы и творческих способностей, мотивации к обучению.		
--	--	--	---	--	--

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Текущий контроль осуществляется преподавателем по итогам домашних и контрольной работ, а также во время опросов на практических занятиях.

По неудачно выполненным заданиям рекомендуется проработка, включающая работу над ошибками, выполнение аналогичных заданий и пересдачу работ. Результаты работ в виде зачетных и незачетных заданий должны быть доступны студентам постоянно в течение всего семестра.

Итоговый контроль за самостоятельной работой студентов осуществляется во время проведения зачетной недели. Подводится итог выполнения всех домашних работ, сдачи контрольной работы.

Примерные вопросы для подготовки к устному опросу

Семестр 3

1. Определение предела функции нескольких переменных по Коши и по Гейне.
2. Определения связного множества, открытого и замкнутого множества, области.
3. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.
4. Определение частной производной первого порядка. Определение дифференцируемости функции в точке.
5. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости функции.
6. Формула для частной производной сложной функции.
7. Определение частных производных высших порядков. Определение смешанных производных. Теорема о смешанных производных.
8. Достаточное условие n -кратной дифференцируемости функции нескольких переменных.
9. Формула Тейлора для функции нескольких переменных. Остаточное слагаемое в форме Пеано. Полином Ньютона.
10. Определение неявной функции. Теорема о существовании неявной функции. Формула дифференцирования неявной функции.
11. Система неявных функций. Теорема о существовании системы неявных функций. Якобиан.
12. Локальный экстремум функции нескольких переменных. Необходимое условие локального экстремума.
13. Достаточное условие локального экстремума функции двух переменных.
14. Условный экстремум функции нескольких переменных. Функция и множители Лагранжа.
15. Числовые ряды, их сходимость. Необходимый признак сходимости числовых рядов.
16. Признаки сравнения, признаки Даламбера и Коши, интегральный признак сходимости числовых рядов.
17. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов.
18. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.
19. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функциональных рядов. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.

20. Непрерывность, почленное дифференцирование и почленное интегрирование равномерно сходящихся рядов.
21. Степенные ряды. Радиус сходимости. Ряд Тейлора. Теорема о его сходимости.

Семестр 4

1. Определение двойного интеграла. Его свойства.
2. Формула вычисления двойного интеграла через повторный интеграл.
3. Формула замены переменных в двойном интеграле.
4. Двойной интеграл в полярных координатах.
5. Определение тройного интеграла. Формула вычисления через повторный интеграл.
6. Формула замены переменных в тройном интеграле.
7. Тройной интеграл в сферических и цилиндрических координатах.
8. Определения бета-функции и гамма-функции Эйлера.
9. Определения криволинейного интеграла 1-го рода и 2-го рода, их свойства и связь.
10. Формулы вычисления криволинейного интеграла 1-го рода и 2-го рода.
11. Определения поверхностного интеграла 1-го рода и 2-го рода, их свойства и связь.
12. Формулы вычисления поверхностного интеграла 1-го рода и 2-го рода.
13. Формулы Стокса и Гаусса – Остроградского.
14. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты ряда Фурье. Равенство Парсеваля.
15. Теорема Дирихле о разложимости функции в ряд Фурье.
16. Преобразование Фурье. Обратное преобразование Фурье.

Примеры заданий контрольной работы

Семестр 3

1. Найти двойной предел $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\ln \cos(2xy^2)}{x^2(x+y+3)}$.
2. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$:
 $\sin z + xy^3z = xy$.
3. Найти смешанные производные z''_{xy} и z''_{yx} функции $z = \sin(1 + x^2y^3)$.
4. Найти экстремумы функции $z = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{4y^4}$ ($x > 0, y > 0$).
5. Найти сумму ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{72}{(n+2)(n+4)}$.
6. Разложить в ряд Тейлора по степеням x функцию $x \operatorname{arctg} x^2$ и указать область сходимости ряда.

Семестр 4

1. Изменить порядок интегрирования в повторном интеграле $\int_0^2 dy \int_0^{2y} f(x, y) dx$.
2. Вычислить тройной интеграл $\iiint_V dx dy dz$, где $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, 0 \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}\}$.

3. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода $\int_L y \, dx$, где $L = \{x = t - \sin t, y = 1 - \cos t, 0 \leq t \leq \pi\}$, обход контура по возрастанию t .
4. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода $\iint_S z \, dS$, где $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 4, z \geq 0\}$.
5. Разложить в ряд Фурье функцию $y = \cos(x/2)$, заданную на отрезке $[-\pi, \pi]$.
6. Найти преобразование Фурье функции $y = \begin{cases} \cos x, & |x| \leq \pi/2 \\ 0, & |x| \geq \pi/2 \end{cases}$.

Примеры домашнего задания

Семестр 3

1. Найти двойной предел:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } \lim_{\substack{x \rightarrow 5 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{xy} \ln \left(1 - \frac{8xy}{x+2y} \right); & \text{б) } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow -3}} \frac{1 - \cos(xy)}{x^2(y+4)}; & \text{в) } \lim_{\substack{x \rightarrow \infty \\ y \rightarrow 4}} \left(1 + \frac{10}{xy} \right)^x; \\ \text{г) } \lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{(x+3)y} \operatorname{tg} \frac{6xy}{x+y}; & \text{д) } \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ y \rightarrow -1}} \frac{\operatorname{arctg}(x+y)}{x^4 - y^4}; & \text{е) } \lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ y \rightarrow 0}} \frac{1}{xy + 3y^2} \ln \frac{x}{x-y}. \end{array}$$

2. Найти частные производные z'_u и z'_v сложной функции $z = z(x(u, v), y(u, v))$ двумя способами: 1) сначала подставить функции $x = x(u, v)$ и $y = y(u, v)$, а затем выполнить дифференцирование; 2) с помощью формулы дифференцирования сложной функции. Сравнить результаты.

$$\begin{array}{ll} \text{а) } z = x^2 - y^2, \quad x = \cos(uv), \quad y = \sin(uv); & \text{б) } z = xy^2, \quad x = (uv)^4, \quad y = u^{-2}; \\ \text{в) } z = x^2 + y^2, \quad x = \sin(u+v), \quad y = \sin(u-v); & \text{г) } z = \operatorname{arctg}(x^2 - y), \quad x = u, \quad y = u^2 - v^2; \\ \text{д) } z = x + y^4, \quad x = uv^4, \quad y = uv. & \text{е) } z = \ln(x^2 + y), \quad x = v, \quad y = u^2 - v^2. \end{array}$$

3. Найти частные производные z'_x и z'_y неявно заданной функции $z = z(x, y)$:

$$\begin{array}{lll} \text{а) } z - \sin(xyz) = e^x y^2; & \text{б) } \operatorname{arctg} z + z^2 = \exp(xy^3); & \text{в) } e^z + 4z = x^3 \cos y; \\ \text{г) } \operatorname{tg} z + xyz = \sin(x^2 y^3); & \text{д) } \ln(1 + xyz) + z = x^3 y^5; & \text{е) } \ln(1 + z) - z^3 = \sin(x^2 y). \end{array}$$

4. Найти частные производные z''_{xx} , z''_{yy} , z''_{xy} и z''_{yx} функции $z = z(x, y)$. Сравнить результаты для смешанных производных.

$$\begin{array}{lll} \text{а) } z = \ln(1 + x^2 y^4); & \text{б) } z = \cos(2x^2 y); & \text{в) } z = \ln(1 + x^2 + y^6); \\ \text{г) } z = \sin(xy + \cos y); & \text{д) } z = \operatorname{arctg}(y/x); & \text{е) } z = y \ln(1 + x^2 y). \end{array}$$

5. Разложить многочлен $P(x, y)$ в ряд Тейлора с центром в точке (x_0, y_0) :

$$\begin{array}{ll} \text{а) } P(x, y) = x^3 - 2xy + 5x + 4y, \quad x_0 = -1, y_0 = 1; & \text{б) } P(x, y) = 3xy - y^4 - 2x, \quad x_0 = 1, y_0 = 1; \\ \text{в) } P(x, y) = x^4 + xy + y^2 - x, \quad x_0 = 1, y_0 = -1; & \text{г) } P(x, y) = xy + y^2 - 2x, \quad x_0 = 1, y_0 = 1. \end{array}$$

6. Найти экстремумы функции $z = z(x, y)$:

а) $z = xy + \frac{1}{x} + \frac{1}{2y^2}$ ($x > 0, y > 0$); б) $z = x + 3y - 2x^2 - y^2 - 2xy$;

в) $z = xy + \frac{3}{\sqrt[3]{x}} + \frac{1}{2y^2}$ ($x > 0, y > 0$); г) $z = xy \ln(x^2 + y^2)$.

7. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = z(x, y)$ при наличии условия $\varphi(x, y) = 0$, используя метод множителей Лагранжа:

а) $z = 3x + 4y$, $\varphi(x, y) = \frac{x^2}{25} + y^2 - 1 = 0$; б) $z = xy$, $\varphi(x, y) = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - 1 = 0$;

в) $z = 2xy - y^2$, $\varphi(x, y) = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} - 1 = 0$; г) $z = x - y$, $\varphi(x, y) = x^2 + \frac{y^2}{36} - 1 = 0$.

8. Исследовать ряд на абсолютную и условную сходимость:

а) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n \ln n \ln \ln n}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}(n+4)}{3n^2 \sqrt{n+5}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n(4 + \ln^2 n)}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \operatorname{tg} \frac{1}{n^{5/2}}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \ln n}{n^2}$; е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} n}{4n^2 + 7}$; ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{2 + \sqrt[5]{n}}$.

9. Найти область сходимости ряда:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} (3x)^n \left(\frac{n+1}{n} \right)^{n^2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} n^n (x+1)^{n^2}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(3x)^{5n}}{(2n-1)^n}$; г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 (x-3)^n}{(n^4 + 1)^2}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)(x^2 - 4x + 6)^n}{3^n}$; е) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{n \sin x}}{n}$; ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)} 2^{\frac{n}{x-2}}$.

10. Разложить функцию в ряд Тейлора по степеням x и указать область сходимости ряда:

а) $\frac{1}{8 - 6x + x^2}$; б) $\frac{x}{1 + x^4}$; в) $\left(\frac{e^x - e^{-x}}{x} \right)^2$; г) $\int_0^x \cos t^2 dt$;

д) $\frac{1}{x} \ln \frac{1+3x}{1-4x}$; е) $\frac{\operatorname{arctg} x}{x}$; ж) $\frac{\sin(3x)}{x} - 3 \cos x$; з) $\int_0^x \frac{1 - e^{-t}}{t} dt$.

11. Найти сумму ряда и указать его область сходимости:

а) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (4n+1)}{(2n)!} x^{4n}$; б) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+3}}{(2n+1)!(2n+3)}$; в) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n^3 x^n}{(n+1)!}$;

г) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{2^n n!} x^n$; д) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+3}}{(2n+1)!(2n+3)}$; е) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{n+2}}{n!(n+2)}$.

Семестр 4

1. Вычислить двойной интеграл:

а) $\iint_D (y-x) dx dy$, где $D = \{1 \leq x \leq 3, x \leq y \leq x^3\}$; б) $\iint_D \operatorname{arctg} \frac{y}{x} dx dy$, где

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0\}; \quad \text{в) } \iint_D \sqrt{16 - x^2 - y^2} dx dy, \text{ где}$$

$$D = \{x^2 + y^2 \leq 16, x \leq y \leq x\sqrt{3}\}; \quad \text{г) } \iint_D y dx dy, \text{ где } D = \{x^2 + y^2 \leq 2x, y \geq 0\}.$$

2. Вычислить тройной интеграл:

- а) $\iiint_V xz(1-y) dx dy dz$, где $V = \{x+y+z \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;
 б) $\iiint_V (x+y) dx dy dz$, где $V = \{0 \leq x \leq 1, x^2 \leq y \leq x, y \leq z \leq 2y\}$;
 в) $\iiint_V xyz^2 dx dy dz$, где $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;
 г) $\iiint_V (x^2 + y^2) dx dy dz$, где $V = \{x^2 + y^2 + z^2 \leq 9, \sqrt{x^2 + y^2} \leq z\}$.

3. Вычислить криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода:

- а) $\int_L y dx - 3x dy$, где $L = \{x = \sin t, y = \cos t, 0 \leq t \leq \pi\}$, обход контура по возрастанию t ;
 б) $\int_L x^2 dl$, где $L = \{x = \sqrt{8} \cos t, y = \sqrt{8} \sin t, z = t, 0 \leq t \leq \pi\}$;
 в) $\int_L xy^3 dy$, где $L = \{y = (x^2 + 1)^{1/4}, 0 \leq x \leq 2\}$, обход контура по возрастанию x ;
 г) $\int_L e^{-x} dl$, где $L = \{x = \ln(1+t^2), y = 2 \operatorname{arctg} t - t, 0 \leq t \leq 1\}$.

4. Вычислить поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода:

- а) $\iint_S z^2 dx dy$, где $S = \{z = \sqrt{x^2 + y^2}, x \leq 0, y \geq 0, z \leq 1\}$, нормаль $\vec{n}$ к S образует острый угол с осью OZ ;
 б) $\iint_S z dS$, где $S = \{x + y + z = 3, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$;
 в) $\iint_S z^3 dx dy$, где $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$, нормаль $\vec{n}$ к S образует острый угол с осью OZ ;
 г) $\iint_S z^2 dS$, где $S = \{x^2 + y^2 + z^2 = 1, y \geq x\sqrt{3} \geq 0, z \geq 0\}$.

5. Разложить в ряд Фурье функцию $y = f(x)$, заданную на отрезке $[a, b]$:

- а) $y = |x|$, $a = -1$, $b = 1$; б) $y = e^x$, $a = -\pi$, $b = \pi$;
 в) $y = \begin{cases} -2x, & x \leq 0, \\ 3x, & x \geq 0, \end{cases}$ $a = -\pi$, $b = \pi$; г) $y = x^2$, $a = -1$, $b = 1$.

6. Найти сумму ряда, используя равенство Парсеваля:

- а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ (коэффициенты Фурье для $y = |x|$ на $[-\pi, \pi]$).
 б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$ (коэффициенты Фурье для $y = x^2$ на $[-\pi, \pi]$).

7. Найти преобразование Фурье функции:

$$\text{а) } y = e^{-|x|}; \quad \text{б) } y = \begin{cases} \sin x, & |x| \leq \pi, \\ 0, & |x| \geq \pi; \end{cases} \quad \text{в) } y = \begin{cases} 1 - |x|, & |x| \leq 1, \\ 0, & |x| \geq 1; \end{cases} \quad \text{г) } y = e^{-x^2}.$$

8. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\sin ax}{x} \right)^2 dx$, используя равенство Планшереля для преобразования Фурье функции $y = \begin{cases} 1, & |x| \leq a, \\ 0, & |x| > a. \end{cases}$

Темы рефератов

Семестр 3

1. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на вычисление.
2. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на доказательство.
3. Применение движений и аффинных преобразований к решению задач на построение.
4. Применение движений и преобразований подобия к решению задач на максимум и минимум.
5. Применение инверсии к решению задач на построение. Построение с помощью одного циркуля.
6. Инверсия и ее использование при решении задач элементарной геометрии
7. Топологические преобразования и их инварианты. Графы. Узлы. Задачи школьного элективного курса по геометрии
8. Кристаллографические группы движений плоскости. Орнаменты.
9. Графы: эйлерова характеристика графа, индекс пересечения. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
10. Разрезание фигур на n конгруэнтных частей, на n равновеликих частей. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
11. Периодические мозаики на плоскости. Накрытия. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
12. Мозаики Пенроуза и смежные вопросы геометрии. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
13. Раскрашивание карт на поверхностях. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
14. Узлы. Коэффициент зацепления и группа узла. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
15. Классификация двумерных поверхностей. Задачи школьного элективного курса по геометрии.

Семестр 4

1. Применение проективных преобразований к решению задач на построение. Построения с помощью одной линейки.
2. Применение проективных преобразований к решению задач на доказательство.
3. Аксиоматическое построение проективной геометрии: различные системы аксиом.
4. Коллинеарность и конкурентность. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
5. История создания проективной геометрии.
6. Различные модели проективной плоскости и проективного пространства.
7. Проективная плоскость и неевклидова геометрия.
8. Виды проективных преобразований, их свойства.
9. Использование проективных преобразований при решении задач элементарной геометрии.

10. Использование теорем проективной геометрии при решении задач элементарной геометрии.
11. Инверсии. Задачи школьного элективного курса по геометрии.
12. Доказательства теорем Дезарга и Паппа, Паскаля и Брианшона, история их создания, частные случаи.

Вопросы к зачету с оценкой

Семестр 3

1. Функция нескольких переменных. Область определения, предел по Коши, предел по Гейне и непрерывность функции нескольких переменных.
2. Арифметические операции с пределами функций нескольких переменных. Непрерывность сложной функции.
3. Арифметические операции с пределами функций нескольких переменных. Устойчивость знака функции, имеющей предел.
4. Ограниченное множество. Связное множество. Прохождение непрерывной функции через промежуточное значение.
5. Открытое и замкнутое множества. Область. Теоремы Вейерштрасса о непрерывной функции в замкнутой ограниченной области.
6. Частные производные первого порядка. Дифференцируемость функции нескольких переменных, дифференциал функции.
7. Достаточное условие дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференцирование сложной функции.
8. Частные производные высших порядков. Смешанные производные, их равенство.
9. Достаточное условие n -кратной дифференцируемости функции нескольких переменных. Дифференциалы высших порядков.
10. Формула Тейлора функции нескольких переменных. Остаточное слагаемое в форме Пеано и в форме Лагранжа. Полином Ньютона.
11. Экстремум функции нескольких переменных. Необходимое и достаточное условия экстремума. Экстремум функции двух переменных.
12. Неявная функция. Теорема о существовании и единственности неявной функции. Дифференцирование неявной функции.
13. Система неявных функций. Якобиан. Теорема о существовании и единственности системы неявных функций.
14. Производная функции по направлению. Градиент функции и его геометрический смысл.
15. Поверхность уровня. Касательная плоскость.
16. Условный экстремум. Необходимое условие условного экстремума (метод множителей Лагранжа).
17. Условный экстремум. Достаточное условие условного экстремума.
18. Пример применения условного экстремума: максимум и минимум квадратичной формы на единичной сфере.
19. Понятие числового ряда. Частичные суммы и сходимость ряда.
20. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Гармонический ряд.
21. Необходимый признак сходимости числового ряда. Признаки сравнения числовых рядов.
22. Признаки Даламбера и Коши сходимости числовых рядов.
23. Интегральный признак сходимости. Дзета-функция Римана.
24. Знакопеременный ряд. Признак Лейбница сходимости знакопеременных рядов. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды.
25. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды. Теоремы об абсолютно и условно сходящихся рядах.

26. Функциональные ряды. Область сходимости. Равномерная сходимость функционального ряда. Критерий Коши равномерной сходимости.
27. Критерий Коши равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости.
28. Тождество Абеля. Признаки Дирихле и Абеля равномерной сходимости функциональных рядов.
29. Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: непрерывность, почленное интегрирование и почленное дифференцирование.
30. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда.
31. Степенные ряды. Непрерывность, почленное дифференцирование и почленное интегрирование степенного ряда.
32. Ряд Тейлора. Остаточное слагаемое в форме Лагранжа. Теорема о сходимости ряда Тейлора.

Семестр 4

1. Квадрируемость и площадь плоской фигуры.
2. Двойной интеграл: определение и геометрический смысл. Теорема о существовании двойного интеграла.
3. Основные свойства двойного интеграла, теорема о среднем значении.
4. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
5. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
6. Пример применения двойного интеграла: вычисление интеграла Пуассона.
7. Кубируемость и объем фигуры в трехмерном пространстве.
8. Определение тройного интеграла. Теорема о существовании тройного интеграла.
9. Основные свойства тройного интеграла, теорема о среднем значении.
10. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах. Повторные интегралы.
11. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических и сферических координатах.
12. Кубируемость и объём фигуры в n -мерном пространстве. Кратные интегралы: определение, теорема о существовании, основные свойства, замена переменных.
13. Интегралы, зависящие от параметра. Дифференцирование и интегрирование по параметру.
14. Бета-функция и гамма-функция Эйлера. Их основные свойства.
15. Криволинейный интеграл 1-го рода. Определение, теорема о существовании и основные свойства.
16. Криволинейный интеграл 1-го рода. Методы вычисления.
17. Криволинейный интеграл 2-го рода. Определение, теорема о существовании и основные свойства.
18. Криволинейный интеграл 2-го рода. Методы вычисления. Связь с криволинейным интегралом 1-го рода.
19. Поверхностный интеграл 1-го рода. Определение, теорема о существовании и основные свойства.
20. Поверхностный интеграл 1-го рода. Методы вычисления. Телесный угол.
21. Поверхностный интеграл 2-го рода. Определение, теорема о существовании и основные свойства.
22. Поверхностный интеграл 2-го рода. Методы вычисления, связь с поверхностным интегралом 1-го рода.
23. Формулы Остроградского – Грина, Стокса и Остроградского – Гаусса. Площадь плоской фигуры, ограниченной кривой.
24. Тригонометрический ряд Фурье. Коэффициенты Фурье. Тождество и неравенство

- Бесселя и равенство Парсеваля. Лемма Римана.
25. Ядра Дирихле и Фейера тригонометрического ряда Фурье. Теоремы Фейера и Дирихле о сходимости тригонометрического ряда Фурье.
 26. Условие абсолютной и равномерной сходимости и почленное дифференцирование тригонометрического ряда Фурье.
 27. Почленное интегрирование тригонометрического ряда Фурье.
 28. Преобразование Фурье. Лемма Римана.
 29. Разложение функции в интеграл Фурье (обратное преобразование Фурье).
 30. Равенство Планшереля. Почленное дифференцирование интеграла Фурье.
 31. Теорема Котельникова.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Основными формами текущего контроля являются проверка домашних заданий, устные опросы группы во время практических занятий, контрольная работа, экзамен.

Проверка домашних заданий регулярно осуществляется преподавателем на занятиях. Также на занятиях проводятся текущие устные опросы студентов. Теоретический материал лекционного курса должен быть проработан студентами к каждому семинарскому занятию. Некоторые вопросы теоретического курса могут быть проработаны ими самостоятельно с использованием литературы и выполнены в виде рефератов.

Требования к зачету с оценкой

Процедура оценивания знаний и умений для получения зачета с оценкой состоит из следующих составных элементов. Учет посещаемости лекционных и практических занятий осуществляется по ведомости представленной ниже в форме таблицы

Таблица 1

№ п/п	Фамилия И.О.	Посещение занятий								Итого %
		1	2	3	4				9	
1.										
2.										

Таблица 2

№ п/п	Фамилия И.О.	Сумма баллов, набранных в семестре						Зачет с оценкой	Подпись преподавателя
		Посещение	Конспект	Устные опросы	Домашние задания	Контрольная работа	Реферат		
		до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 10 баллов	до 40 баллов	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1.									
2.									

Структура оценивания посещения занятий

Критерии оценивания	Баллы
---------------------	-------

Студент посетил 0 – 4% всех занятий	0
Студент посетил 5 – 10% всех занятий	1
Студент посетил 11 – 20% всех занятий	2
Студент посетил 21 – 30% всех занятий	3
Студент посетил 31 – 40% всех занятий	4
Студент посетил 41 – 50% всех занятий	5
Студент посетил 51 – 60% всех занятий	6
Студент посетил 61 – 70% всех занятий	7
Студент посетил 71 – 80% всех занятий	8
Студент посетил 81 – 90% всех занятий	9
Студент посетил 91 – 100% всех занятий	10

Структура оценивания конспекта лекций

Критерии оценивания	Баллы
Студент написал 0 – 4% всех лекций	0
Студент написал 5 – 10% всех лекций	1
Студент написал 11 – 20% всех лекций	2
Студент написал 21 – 30% всех лекций	3
Студент написал 31 – 40% всех лекций	4
Студент написал 41 – 50% всех лекций	5
Студент написал 51 – 60% всех лекций	6
Студент написал 61 – 70% всех лекций	7
Студент написал 71 – 80% всех лекций	8
Студент написал 81 – 90% всех лекций	9
Студент написал 91 – 100% всех лекций	10

Структура оценивания устных опросов

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно ответил на 0 – 30% всех заданных вопросов	0 – 2
Студент правильно ответил на 31 – 50% всех заданных вопросов	3 – 4
Студент правильно ответил на 51 – 70% всех заданных вопросов	5 – 6
Студент правильно ответил на 71 – 90% всех заданных вопросов	7 – 8
Студент правильно ответил на 91 – 100% всех заданных вопросов	9 – 10

Структура оценивания домашних заданий

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 30% всех домашних заданий	0 – 2
Студент правильно выполнил 31 – 50% всех домашних заданий	3 – 4
Студент правильно выполнил 51 – 70% всех домашних заданий	5 – 6
Студент правильно выполнил 71 – 90% всех домашних заданий	7 – 8
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех домашних заданий	9 – 10

Структура оценивания контрольной работы

Критерии оценивания	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 30% всех заданий	0 – 2
Студент правильно выполнил 31 – 50% всех заданий	3 – 4
Студент правильно выполнил 51 – 70% всех заданий	5 – 6

Студент правильно выполнил 71 – 90% всех заданий	7 – 8
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	9 – 10

Структура оценивания реферата

Критерии оценивания	Баллы
Студент отобразил в реферате 0 – 30% темы	0 – 2
Студент отобразил в реферате 31 – 50% темы	3 – 4
Студент отобразил в реферате 51 – 70% темы	5 – 6
Студент отобразил в реферате 71 – 90% темы	7 – 8
Студент отобразил в реферате 91 – 100% темы	9 – 10

Структура оценивания зачета

Оценка	Критерии оценивания	Баллы
Отлично	Студент: – владеет всеми понятиями курса; – умеет доказать все теоремы из лекционного курса; – решает все задачи и примеры из приведенных заданий.	31 – 40
Хорошо	Студент: – владеет основными понятиями курса, – умеет доказать основные теоремы из лекционного курса; – решает основные задачи и примеры из приведенных заданий.	21 – 30
Удовлетворительно	Студент: – владеет рядом основных понятий курса; – знает без доказательств основные теоремы и формулы лекционного курса; – решает задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.	11 – 20
Неудовлетворительно	Студент: – не владеет основными понятиями курса; – не знает основных теорем и формул лекционного курса; – не умеет решать задачи, являющиеся обобщением задач школьного курса математики.	0 – 10

Распределение баллов для зачета

Результирующая оценка складывается из оценок за посещение занятий, конспект лекций, устные опросы, домашние задания и экзамен согласно таблице:

Оценка по 5-бальной системе		Оценка по 100-бальной системе
5	Отлично	81 – 100
4	Хорошо	61 – 80
3	Удовлетворительно	41 – 60
2	Неудовлетворительно	0 – 40

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

1. Будаев, В.Д. Математический анализ : функции одной переменной: учебник для вузов / В. Д. Будаев, М. Я. Якубсон. - СПб. : Лань, 2019. - 544с. – Текст: непосредственный.
2. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учеб.пособие / Б. П. Демидович. - 20-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2018. - 624с. – Текст: непосредственный.
Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б.П. Демидович. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-3985-0. — URL: <https://e.lanbook.com/book/113942> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
3. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 2 — 2019. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0191-8. — URL: <https://e.lanbook.com/book/115730> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
4. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа : учебник : в 2 частях / Г.М. Фихтенгольц. — 11-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, [б. г.]. — Часть 1 — 2019. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-0190-1. — URL: <https://e.lanbook.com/book/112051> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Лань». — Текст : электронный
5. Шипачев, В.С. Математический анализ. Теория и практика [Электронный ресурс]: Учебное пособие / В.С. Шипачев. - 3-е изд. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 351 с. – Режим доступа: <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=469727>. (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «znanium.com». — Текст : электронный

6.2. Дополнительная литература

1. Злобина, С.В. Математический анализ в задачах и упражнениях [Электронный ресурс]: учебное пособие / С.В. Злобина, Л.Н. Посицельская. - М. : Физматлит, 2009. - 360 с. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68137>. (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «znanium.com». — Текст : электронный
2. Зорич В.А. Математический анализ. В 2 ч. — М.: МЦНМО, 2012.
3. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07067-5. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437203> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный
4. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 315 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-07069-9. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/437204> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный

5. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2 : учебник для академического бакалавриата / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 3-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 324 с. — (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-09085-7. — URL: <https://biblio-online.ru/bcode/427043> (дата обращения: 26.07.2019). — Режим доступа: для авториз. пользователей Электронно-библиотечная система «Юрайт». — Текст : электронный.
6. Воробьев Н.Н. Теория рядов. — М.: Наука, 1979.
7. Атанасян, Л.С. Геометрия : учеб. пособие для вузов в 2-х ч. ч.2 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 424с. – Текст: непосредственный.
8. Атанасян, Л.С. Геометрия : учеб. пособие для вузов в 2-х ч. ч.1 / Л. С. Атанасян, В. Т. Базылев. - 2-е изд., стереотип. - М. : Кнорус, 2015. - 400с. – Текст: непосредственный.
9. Курант Р. Что такое математика? [Текст]: Р.Курант, Г. Роббинс — 6-е изд., стер. — М.: Изд-во МЦНМО, 2013. — 568 с.
10. Панов, В.М. Математика древняя и юная [Текст]: /под ред. В.С.Зарубина — 2-е изд., испр. — М.: Изд-во МГТУ, 2006. — 648 с.
11. Хайрер Э. Математический анализ в свете его истории [Текст]:/Пер. с англ./Э.Хайрер, Г.Ваннер — М.: Научный мир, 2008. — 396 с.
12. Хрестоматия по истории математики. Математический анализ. Теория вероятностей [Текст]:/под ред. А.П.Юшкевича. — М.: Просвещение, 1977.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://mathhelpplanet.com>,
2. <http://eek.diary.ru/p165970944.htm>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лекционных занятий.

2. Грань Т.Н., Холина С.А. Методические рекомендации по проведению лабораторных и практических занятий.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru

pravo.gov.ru

www.edu.ru

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного и семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием.

- помещения для самостоятельной работы, укомплектованные учебной мебелью, персональными компьютерами с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ;

- помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, укомплектованные мебелью (шкафы/стеллажи), наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядными пособиями;

- лаборатория, оснащенная лабораторным оборудованием: комплект учебной мебели, проектор, проекционная доска, персональный компьютер с подключением к сети Интернет и обеспечением доступа к электронным библиотекам и в электронную информационно-образовательную среду МГОУ.