

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Наумова Наталия Александровна
Должность: Ректор
Дата подписания: 24.10.2024 14:21:41
Уникальный программный ключ:
6b5279da4e034b1b6751128038a5b78539f8b9e2

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ»
(ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРОСВЕЩЕНИЯ)

Физико-математический факультет
Кафедра высшей алгебры, математического анализа и геометрии

Согласовано
деканом факультета
« 19 » 06 / 2023 г.
Кулешова Ю.Д.
/Кулешова Ю.Д./

Рабочая программа дисциплины

Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление

Направление подготовки
03.03.02 Физика

Профиль:
Фундаментальная физика

Квалификация
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Согласовано учебно-методической комиссией
физико-математического факультета
Протокол « 19 » 06 / 2023 г. № 10
Председатель УМКом Кулешова Ю.Д.
/Кулешова Ю.Д./

Рекомендовано кафедрой высшей
алгебры, математического анализа и
геометрии
Протокол от « 24 » 05 / 2023 г. № 11
Зав. кафедрой Кондратьева Г.В.
/Кондратьева Г.В./

Мытищи
2023

Автор-составитель:

Зверев Н.В.

доцент кафедры математического анализа и геометрии,
кандидат физико-математических наук

Рабочая программа дисциплины «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление» составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Минобрнауки России от 07.08.2020г. № 891.

Дисциплина входит в модуль «Дисциплины математического цикла» части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения

Год начала подготовки (по учебному плану) 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Планируемые результаты обучения.....	4
2. Место дисциплины в структуре образовательной программы.....	4
3. Объем и содержание дисциплины.....	5
4. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся.....	7
5. Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации по дисциплине	9
6. Учебно-методическое и ресурсное обеспечение дисциплины.....	16
7. Методические указания по освоению дисциплины.....	17
8. Информационные технологии для осуществления образовательного процесса по дисциплине	18
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	18

1. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ

1.1. Цель и задачи дисциплины

Цель освоения дисциплины:

формирование системы знаний о сущности и структуре дифференциальных уравнений и вариационного исчисления; формирование профессиональной компетентности, связанной с решением задач в области дифференциальных уравнений и вариационного исчисления; а также подготовка к профессиональной деятельности с использованием методов дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.

Задачи дисциплины:

- сформировать общие представления об основных типах дифференциальных уравнений;
- сформировать общие представления об основных задачах вариационного исчисления;
- ознакомить с различными видами нововведений и инновационным опытом школ России;
- сформировать у магистрантов умения анализировать опыт и результаты инновационной деятельности образовательных организаций;
- способствовать развитию творческого потенциала обучающегося в процессе освоения данного курса, активизации самостоятельной деятельности, включению в исследовательскую работу;
- содействовать становлению личностной профессионально-педагогической позиции в отношении проблем проектирования инновационных процессов.
- сформировать готовность обучающегося к реализации полученных знаний и умений в практической деятельности.

1.2. Планируемые результаты обучения

В результате освоения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие компетенции:

ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в модуль «Дисциплины математического цикла» части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» и является обязательной для изучения

Для освоения дисциплины «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление» студенты используют знания, умения, навыки, полученные и сформированные в ходе изучения дисциплин «Математический анализ» и «Линейная алгебра».

Изучение дисциплины «Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление» является базой для дальнейшего освоения студентами дисциплин «Векторный и тензорный анализ», «Теория функции действительного и комплексного переменного», «Электричество и магнетизм», «Теоретическая механика», «Механика сплошных сред», «Электродинамика».

3. ОБЪЕМ И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

3.1. Объем дисциплины

Показатель объема дисциплины	Кол-во часов очная
Объем дисциплины в зачетных единицах	4
Объем дисциплины в часах	144
Контактная работа:	90,2
Лекции	30
Практические занятия	60
Из них в форме практической подготовки:	60
Контактные часы на промежуточную аттестацию:	0,2
Зачет	0,2
Самостоятельная работа	46
Контроль	7,8

Форма промежуточной аттестации: зачет в 3 семестре.

3.2. Содержание дисциплины

Наименование разделов (тем) дисциплины	Кол-во часов		
	Лекции	Практические занятия	
		Общее количество	Из них в форме практич. подг.
Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения, общие понятия Понятие обыкновенного дифференциального уравнения, порядок дифференциального уравнения. Общее и частное решения, особое решение, интегральная кривая, задача Коши.	1	–	-
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Метод вариации постоянных и метод подстановки. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения Лагранжа и Клеро.	7	14	14
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков, общие методы Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Нахождение общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка по частному решению однородного дифференциального уравнения.	2	8	8

<p>Тема 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков Понятие линейных дифференциальных уравнений высших порядков. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных построения общего решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка по фундаментальной системе решений. Импульсная функция Коши. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Структура частного и общего решений. Дифференциальные уравнения Эйлера.</p>	8	14	14
<p>Тема 5. Системы дифференциальных уравнений Понятие систем дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений, задача Коши. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского матрицы решений, фундаментальная матрица решений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице решений. Матрица Коши. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и общее решение.</p>	6	12	12
<p>Тема 6. Элементы вариационного исчисления Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера. Достаточное условие Лежандра экстремума функционала. Характерные случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков и функционалов, зависящих от нескольких функций.</p>	6	12	12
Итого	30	60	60

ПРАКТИЧЕСКАЯ ПОДГОТОВКА

Тема	Задание на практическую подготовку	количество часов
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными», «Однородные дифференциальные уравнения первого порядка», «Линейные дифференциальные уравнения первого порядка», «Уравнения Бернулли», «Метод вариации постоянных и метод подстановки», «Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах», «Интегрирующий множитель», «Дифференциальные уравнения Лагранжа и Клеро».	14
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков,	Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения, допускающие по-	8

общие методы	нижение порядка», «Нахождение общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка по частному решению однородного дифференциального уравнения».	
Тема 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	Разработать задачи и системы задач по темам: «Метод вариации постоянных построения общего решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка по фундаментальной системе решений», «Импульсная функция Коши», «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида», «Структура частного и общего решений». «Дифференциальные уравнения Эйлера».	14
Тема 5. Системы дифференциальных уравнений	Разработать задачи и системы задач по темам: «Системы дифференциальных уравнений», «Фазовое пространство системы», «Фазовые траектории, поле скоростей», «Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений», «Линейные системы дифференциальных уравнений», «Определитель Вронского матрицы решений», «Фундаментальная матрица решений», «Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице решений», «Матрица Коши», «Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами», «Характеристическое уравнение и общее решение».	12
Тема 6. Элементы вариационного исчисления	Разработать задачи и системы задач по темам: «Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера», «Достаточное условие Лежандра экстремума функционала», «Характерные случаи интегрируемости уравнения Эйлера», «Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков и функционалов, зависящих от нескольких функций».	12

4. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Темы для самостоятельного изучения	Изучаемые вопросы	Кол-во часов	Формы самостоятельной работы	Методическое обеспечение	Формы отчетности
Тема 1. Обыкновенные дифферен-	Понятие обыкновенного дифференциального уравнения, порядок дифференциального уравнения. Общее и частное решения, особое решение, интегральная	2	Изучение научно-методи-	Учебно-методическое обеспе-	Домашнее задание. Устный

циальные уравнения, общие понятия	кривая, задача Коши.		ческой литературы	чение дисциплины	опрос. Контрольная работа
Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка	Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения Бернулли. Метод вариации постоянных и метод подстановки. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Дифференциальные уравнения Лагранжа и Клеро.	12	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков, общие методы	Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка. Нахождение общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка по частному решению однородного дифференциального уравнения.	4	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 4. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков	Понятие линейных дифференциальных уравнений высших порядков. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Метод вариации постоянных построения общего решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка по фундаментальной системе решений. Импульсная функция Коши. Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида. Структура частного и общего решений. Дифференциальные уравнения Эйлера.	12	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Тема 5. Системы дифференциальных уравнений	Понятие систем дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений, задача Коши. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений. Линейные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского матрицы решений, фундаментальная матрица решений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундамен-	8	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа

	тальной матрице решений. Матрица Коши. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и общее решение.				
Тема 6. Элементы вариационного исчисления	Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера. Достаточное условие Лежандра экстремума функционала. Характерные случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков и функционалов, зависящих от нескольких функций.	8	Изучение научно-методической литературы	Учебно-методическое обеспечение дисциплины	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольная работа
Итого		46			

5. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

5.1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы

Код и наименование компетенции	Этапы формирования
ДПК-2. Способен освоить современные концепции, теории, законы и методы в области физики, математики и информатики, овладеть основными методами решения задач, сформулированными в рамках данных предметных областей, и применить их в профессиональной деятельности.	1. Работа на учебных занятиях. 2. Самостоятельная работа.

5.2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
ДПК-2	Пороговый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самостоятельная работа	Знать основные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления. Уметь решать соответствующие задачи.	Домашнее задание. Устный опрос. Контрольные работы	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оценивания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы
	Продвинутый	1. Работа на учебных занятиях 2. Самосто-	Знать расширенные и дополнительные понятия дифференциальных уравнений и вариационного исчисления.	Домашнее задание. Устный	Шкала оценивания домашнего задания. Шкала оцени-

Оцениваемые компетенции	Уровень сформированности	Этап формирования	Описание показателей	Критерии оценивания	Шкала оценивания
		ятельная работа	Уметь решать соответствующие задачи. Владеть основными методами решения дифференциальных уравнений высших порядков, систем дифференциальных уравнений и задач вариационного исчисления	опрос. Контрольные работы Практическая подготовка	вания устного опроса. Шкала оценивания контрольной работы Шкала оценивания практической подготовки

Шкала оценивания практической подготовки

Критерии оценивания	Баллы
высокая активность на практической подготовке	7-10
средняя активность на практической подготовке	4-6
низкая активность на практической подготовке	0-3

Шкала оценивания домашнего задания.

Показатель	Баллы
Студент правильно выполнил 0 – 5% домашнего задания по данной теме	0
Студент правильно выполнил 6 – 20% домашнего задания по данной теме	2
Студент правильно выполнил 21 – 40% домашнего задания по данной теме	4
Студент правильно выполнил 41 – 60% домашнего задания по данной теме	6
Студент правильно выполнил 61 – 80% домашнего задания по данной теме	8
Студент правильно выполнил 81 – 100% домашнего задания по данной теме	10

Шкала оценивания устного опроса.

Критерий оценивания	Баллы
Студент ответил на вопрос и показал полное и уверенное знание темы	10
Студент ответил на вопрос, однако в ответе присутствуют несущественные ошибки, недостатки и недочёты	8
Студент в целом ответил на вопрос, но в ответе имеются заметные и грубые ошибки, недостатки и недочёты	6
Студент не ответил на вопрос, но имеются более двух правильных идей или подходов к правильному ответу	4
Студент не ответил на вопрос, но имеются только одна-две идеи или подходы к правильному ответу	2
Студент не ответил на вопрос и показал полное незнание темы задания	0

Шкала оценивания контрольной работы.

Показатель	Баллы
------------	-------

Студент правильно выполнил 0 – 5% всех заданий	0
Студент правильно выполнил 6 – 10% всех заданий	1
Студент правильно выполнил 11 – 20% всех заданий	2
Студент правильно выполнил 21 – 30% всех заданий	3
Студент правильно выполнил 31 – 40% всех заданий	4
Студент правильно выполнил 41 – 50% всех заданий	5
Студент правильно выполнил 51 – 60% всех заданий	6
Студент правильно выполнил 61 – 70% всех заданий	7
Студент правильно выполнил 71 – 80% всех заданий	8
Студент правильно выполнил 81 – 90% всех заданий	9
Студент правильно выполнил 91 – 100% всех заданий	10

5.3. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Задания для практической подготовки.

1. Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения с разделёнными и разделяющимися переменными», «Однородные дифференциальные уравнения первого порядка», «Линейные дифференциальные уравнения первого порядка», «Уравнения Бернулли», «Метод вариации постоянных и метод подстановки», «Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах», «Интегрирующий множитель», «Дифференциальные уравнения Лагранжа и Клеро».
2. Разработать задачи и системы задач по темам: «Дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка», «Нахождение общего решения линейного дифференциального уравнения второго порядка по частному решению однородного дифференциального уравнения».
3. Разработать задачи и системы задач по темам: «Метод вариации постоянных построения общего решения линейного дифференциального уравнения высшего порядка по фундаментальной системе решений», «Импульсная функция Коши», «Линейные однородные и неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида», «Структура частного и общего решений». «Дифференциальные уравнения Эйлера».
4. Разработать задачи и системы задач по темам: «Системы дифференциальных уравнений», «Фазовое пространство системы», «Фазовые траектории, поле скоростей», «Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем дифференциальных уравнений», «Линейные системы дифференциальных уравнений», «Определитель Вронского матрицы решений», «Фундаментальная матрица решений», «Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице решений», «Матрица Коши», «Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами», «Характеристическое уравнение и общее решение».
5. Разработать задачи и системы задач по темам: «Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера», «Достаточное условие Лежандра экстремума функционала», «Характерные случаи интегрируемости уравнения Эйлера», «Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков и функционалов, зависящих от нескольких функций».

Пример домашнего задания.

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = 5x^4 - \frac{8}{x^2 + 9} + 7 \sin(6x)$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $x\sqrt{1 + y^2(x)} + y(x)y'(x)\sqrt{1 + x^2} = 0$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $(1 + e^{2x})y^2(x)y'(x) = e^x$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \frac{x^2 + xy(x) - 3y^2(x)}{x^2 - 4xy(x)}$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) - y(x) = x^4 e^x$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $2y'(x) + 2y(x) = xy^2(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 2$.
7. Найти решение дифференциального уравнения $(2x \cos y - 4x^3)dx - x^2 \sin y dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = \pi/2$.
8. Найти общее решение дифференциального уравнения $xy'''(x) + y''(x) = \sqrt{x}$.
9. Найти общее и вырожденное решения дифференциального уравнения $y''(x)y^2(x) = y'^3(x)$.
10. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) - 6y'(x) + 9y(x) = x^2 - x + 3$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = \frac{4}{3}$, $y'(0) = \frac{1}{27}$.
11. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''(x) + 6y'(x) + 13y(x) = -e^{-3x} \cos(5x)$.
12. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) + 3y'(x) + 2y(x) = \frac{1}{2e^x + e^{2x}}$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 0$, $y'(0) = 0$.
13. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) - 2xy'(x) - 10y(x) = 0$ ($x > 0$).
14. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + z(t), \\ y'(t) = 3x(t) + z(t), \\ z'(t) = 3x(t) + y(t). \end{cases}$$
15. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) + \sin t, \\ y'(t) = 6x(t) - 3y(t) + \cos t. \end{cases}$$
16. Найти функцию $y(x)$, на которой функционал $F[y(x)] = \int_2^3 [-x^2 y'^2(x) + 12x^2 y(x)] dx$ с граничными условиями $y(2) = -1$, $y(3) = -7$ достигает своего экстремального значения.

Примерные задания контрольных работ.

Контрольная работа № 1

по теме «Дифференциальные уравнения первого порядка»

1. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y'(x) - 1 = \cos(2y)$.

2. Найти решение дифференциального уравнения $y^2(x)y'(x) + x(1 + y^2(x)) = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(1) = -1$.
3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) = \frac{x + 2y(x)}{2x - y(x)}$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'(x) + 3x^2 y(x) = x \exp(-x^3)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $xyy'(x) = y^2 - x^2$.
6. Найти решение дифференциального уравнения $y'(x) + xy(x) = (x - 1)e^x y^2(x)$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.
7. Найти общее решение дифференциального уравнения $(y^3 + \cos x)dx + (e^y + 3xy^2)dy = 0$.
8. Найти решение дифференциального уравнения $(5x^4 + 2xy)dx + (x^2 + 4y^3)dy = 0$, удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$.

Контрольная работа № 2

по теме «Дифференциальные уравнения высших порядков, системы дифференциальных уравнений и элементы вариационного исчисления»

1. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) = 50y^3(x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(3) = 1$, $y'(3) = 5$.
2. Найти общее решение дифференциального уравнения $\operatorname{tg} x y'''(x) = 2y''(x)$.
3. Найти решение дифференциального уравнения $y''(x) + y(x) = 2(1 - x)$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0) = 2$, $y'(0) = -2$.
4. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''(x) + 4y(x) = -4 \sin(2x)$.
5. Найти общее решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) + xy'(x) + 4y(x) = 0$ ($x > 0$).
6. Найти решение дифференциального уравнения $x^2 y''(x) - 9xy'(x) + 24y(x) = 0$ ($x > 0$), удовлетворяющее начальным условиям $y(1) = 1$, $y'(1) = 0$.
7. Найти общее решение системы дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} x'(t) = 4x(t) + 2y(t) + e^{2t}, \\ y'(t) = 3x(t) + 3y(t) + e^{-t}. \end{cases}$$
8. Найти функцию $y(x)$, на которой функционал $F[y(x)] = \int_1^2 [x^{-1} y'^2(x) + 6y(x)] dx$ с граничными условиями $y(1) = 0$, $y(2) = 4$ достигает своего экстремального значения.

Примерные вопросы устного опроса.

1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок и формы записи дифференциального уравнения. Общее и частное решения. Задача Коши.
2. Простейшие дифференциальные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделенными переменными. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Методы решения.

4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Методы решения.
5. Дифференциальные уравнения Клеро. Общее и вырожденное решения.
6. Дифференциальные уравнения высших порядков: простейшие уравнения и уравнения, содержащие старшие производные функции. Их решения.
7. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
8. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура частного решения.
9. Однородные уравнения Эйлера. Методы решения.
10. Составление линейных однородных дифференциальных уравнений высших порядков по их фундаментальной системе решений.
11. Операторный метод решения линейных дифференциальных уравнений высших порядков с постоянными коэффициентами.
12. Задача Коши для системы дифференциальных уравнений. Фазовое пространство системы, фазовые траектории, поле скоростей.
13. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
14. Вариация и экстремум функционала. Уравнение Эйлера.

Примерные вопросы к зачету.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка с разделяющимися переменными. Линейные однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
2. Однородные дифференциальные уравнения первого порядка. Их решения.
3. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка. Метод вариации постоянных.
4. Дифференциальные уравнения Бернулли первого порядка. Метод подстановки.
5. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Построение решения.
6. Дифференциальные уравнения первого порядка в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
7. Дифференциальные уравнения Лагранжа. Общее и вырожденное решения.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков, не содержащие явно переменную. Метод решения.
9. Дифференциальные уравнения высших порядков, однородные по функции и её производным. Метод решения.
10. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка. Построение общего решения уравнения по известному частному решению однородного уравнения.
11. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Определитель Вронского, формула Остроградского – Лиувилля.
12. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков. Фундаментальная система решений, её существование.
13. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной системе решений.
14. Линейные однородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
15. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков с постоянными коэффициентами и специальной правой частью. Структура общего решения.
16. Однородные уравнения Эйлера. Характеристическое уравнение и фундаментальная система решений.
17. Неоднородные уравнения Эйлера со специальной правой частью. Структура общего решения.

18. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения высших порядков, формула Коши. Импульсная функция Коши – Дюамеля и её свойства.
19. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Нормальные и автономные системы.
20. Метод исключений и метод интегрируемых комбинаций решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.
21. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений. Определитель Вронского матрицы решений.
22. Формула Остроградского – Лиувилля для определителя Вронского матрицы решений. Фундаментальная матрица системы.
23. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных построения общего решения по фундаментальной матрице системы.
24. Линейные неоднородные системы дифференциальных уравнений. Интеграл Коши. Матрица Коши и ее свойства.
25. Линейные однородные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Структура общего решения.
26. Вариация и экстремум функционала, уравнение Эйлера.
27. Достаточное условие Лежандра экстремума функционала.
28. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от производных высших порядков.
29. Необходимое условие экстремума функционалов, зависящих от нескольких функций.

5.4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В рамках освоения дисциплины предусмотрены: выполнение домашних заданий, выполнение контрольных ответы на устных опросах, практическая подготовка.

Итоговая оценка знаний, умений, способов деятельности студентов по изучаемой дисциплине составляет 100 баллов.

Максимальное количество баллов, которое можно набрать за текущий контроль – 80 баллов.

За выполнение домашних заданий обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За ответы на вопросы устного опроса обучающийся может набрать максимально 20 баллов.

За выполнение контрольных работ обучающийся может набрать максимально 30 баллов.

За выполнение практической подготовки обучающийся может набрать максимально 10 баллов.

Максимальная сумма баллов, которые обучающийся может набрать при сдаче зачета, составляет 20 баллов.

Для сдачи зачета необходимо выполнить все задания текущего контроля. Значимым моментом является показатель изучения материала лекций и выполнение заданий в указанные сроки. На зачет выносятся материал, излагаемый в лекциях и рассматриваемый на практических занятиях.

Шкала оценивания зачёта.

Количество баллов	Критерии оценивания
16 – 20	имеет место полное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать все теоремы из лекционного курса и решает все задачи и примеры из приведенных заданий
12 – 15	имеет место основное усвоение теоретического и практического материала; студент умеет доказать основные теоремы из

	лекционного курса и решает основные задачи и примеры из приведенных заданий
8 – 11	имеет место знание без доказательства основных теорем и формул курса; студент умеет решать задачи и примеры из приведенных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики
0 – 7	имеет место неуспевание основных теорем и формул курса; студент не умеет решать задачи и примеры из заданных заданий, являющиеся обобщением задач школьного курса математики

Итоговая шкала оценивания результатов освоения дисциплины.

Итоговая оценка по дисциплине формируется из суммы баллов по результатам текущего контроля и промежуточной аттестации и выставляется в соответствии с приведенной ниже таблицей.

Оценка по 100-балльной системе	Оценка по традиционной системе
81 – 100	Зачтено
61 – 80	Зачтено
41 – 60	Зачтено
0 – 40	Не зачтено

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И РЕСУРСНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Основная литература

- Хеннер, В. К. Обыкновенные дифференциальные уравнения, вариационное исчисление, основы специальных функций и интегральных уравнений : учебное пособие / В. К. Хеннер, Т. С. Белозерова, М. В. Хеннер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-2592-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210038> (дата обращения: 24.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
- Муратова, Т. В. Дифференциальные уравнения : учебник и практикум для вузов / Т. В. Муратова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 435 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01456-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510931> (дата обращения: 24.05.2023).
- Новак, Е. В. Интегральное исчисление и дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Е. В. Новак, Т. В. Рязанова, И. В. Новак ; под общей редакцией Т. В. Рязановой. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 112 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08358-3. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492235> (дата обращения: 24.05.2023).

6.2. Дополнительная литература

- Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления: учеб. для вузов. В 2-х т., Т. II / Н.С. Пискунов., изд. стер. – М.: Интеграл-пресс, 2008. – 544 с.
- Степанов, В.В. Курс дифференциальных уравнений: учеб. для вузов / В.В. Степанов. 10-е изд. – М.: ЛКИ, 2008. – 472 с.
- Филиппов, А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учеб. для вузов / А.Ф. Филиппов., изд. 2-е, испр. – М.: КомКнига, 2007. – 240 с.

7. **Демидович, Б.П.** Дифференциальные уравнения: учеб. пособие / Б. П. Демидович, В. П. Моденов. - 4-е изд., стереотип. - СПб. : Лань, 2019. - 280с. – Текст: непосредственный.
8. Краснов, М.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями: учеб. пособие / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, 8-е изд., М.: Либроком, 2013, 256 с.
9. **Эльсгольц, Л.Э.** Дифференциальные уравнения: учебник для вузов / Л. Э. Эльсгольц. - 7-е изд. - М. : Изд.ЛКИ, 2008. - 320с. – Текст: непосредственный.
10. Эльсгольц, Л.Э. Дифференциальные уравнения: Учебник для вузов / Л.Э. Эльсгольц, изд. стер., М.: ЛКИ, 2013. – 320 с.
11. Бугров, Я.С., Никольский, С.М. Высшая математика: Учебник для вузов. В 3 томах. – М.: Дрофа, 2004. – Т.3, 512 с.
12. Данко, П.Е., Попов, А.Г., Кожевникова, Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах: Учебное пособие для вузов. – М.: Оникс, 2005. – 415 с.
13. Кузнецов, Л.А. Сборник задач по высшей математике (типовые расчёты): Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1983. – 175 с.
14. Васильева, А.Б., Медведев, Г.Н., Тихонов, Н.А., Уразгильдина, Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. М.: Физматлит, 2003. – 432 с.
15. Васильева, А. Б. Интегральные уравнения : учебник / А. Б. Васильева, Н. А. Тихонов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-0911-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210230> (дата обращения: 24.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
16. Цлаф, Л.Я. Вариационное исчисление и интегральные уравнения. Справочное руководство / 2-е изд., перераб. М.: Наука, 1970. – 192 с.
17. Петрушко, И. М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум : учебное пособие / И. М. Петрушко. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 608 с. — ISBN 978-5-8114-0633-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210140> (дата обращения: 24.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
18. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения : учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0799-6. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210437> (дата обращения: 24.05.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

6.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ: <http://lib.mexmat.ru/>
2. Математическое бюро: Учебники по математическому анализу: <http://www.matburo.ru>
3. <http://www.library.mephi.ru/>
4. <http://ega-math.narod.ru/>
5. <http://neo-chaos.narod.ru/fikhtengolts.html>

7. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Методические рекомендации по организации самостоятельной работы бакалавров.
2. Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям.

8. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Лицензионное программное обеспечение:

Microsoft Windows

Microsoft Office

Kaspersky Endpoint Security

Информационные справочные системы:

Система ГАРАНТ

Система «КонсультантПлюс»

Профессиональные базы данных

fgosvo.ru – Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования

pravo.gov.ru - Официальный интернет-портал правовой информации

www.edu.ru – Федеральный портал Российское образование

Свободно распространяемое программное обеспечение, в том числе отечественного производства

ОМС Плеер (для воспроизведения Электронных Учебных Модулей)

7-zip

Google Chrome

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Материально-техническое обеспечение дисциплины включает в себя:

- учебные аудитории для проведения учебных занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения: учебной мебелью, доской, демонстрационным оборудованием, персональными компьютерами, проектором;

- помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде.